CLV $\underbrace{X_i}$ $\Rightarrow EX_i =$, $\operatorname{var} X_i = \dots$

$$P\left(\sum X_i \le a\right) = P\left(\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mathbb{E}X_i}{\sqrt{n \operatorname{var} X_i}}}_{Z} \le \underbrace{\frac{b - n\mathbb{E}X_1}{\sqrt{n \operatorname{var} X_i}}}_{a}\right)$$

$$= \Phi(a)$$

Bodové odhady: MM: $\mathbb{E}X = f_1(\theta_1, \dots, \theta_k) \approx \frac{1}{n}\sum x_i$

$$\mathbb{E}X^2 = f_2(\theta_1, \dots, \theta_k) \approx \frac{1}{n}\sum x_i^2$$

$$\vdots$$

$$\mathbb{E}X^k = f_k(\theta_1, \dots, \theta_k) \approx \frac{1}{n}\sum x_i^k$$

pro 2 parametry lze použít "klasiku"

$\mathbb{E}X \approx \bar{x}$

$\operatorname{var} X = s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ $\quad \hat{n}\hat{p} = \bar{x}$, $\hat{n}\hat{p}(1-\hat{p}) = s^2$

MMV (také MLE): 1) $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} P(X = x_i)$, resp $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x)$

2) $\ell(\theta) = \ln L(\theta)$

3) $\ell'(\theta) = 0 \Rightarrow$ řešení $\hat{\theta}$

Př. data: 18, 22, 23, 19, 18 ... počty úspěšných studentů

$\hookrightarrow L(n,p) = \binom{n}{18} p^{18}(1-p)^{n-18} \cdot \binom{n}{22} p^{22}(1-p)^{k-22} = (X)\, p^{m}(p)$

$$\frac{\partial l}{\partial n} = \ldots = 0 \quad \& \quad \frac{\partial l}{\partial p} = \ldots = 0$$

Př. V přístavu jsme sledovali délky lodí, které v něm den kotvily. Délky [m]: 12,5, 11,2, 11,5, 12,5, 10,5, 12,1, 11,2, 10,5, 11,5.

Sestavte 95% interval spolehlivosti (ozn. 95% CI) pro střední délku lodí, které v přístavu kotví.

$n = 9$

$$\overline{x_9} = \frac{1}{9} \cdot (12{,}5 + 11{,}2 + \ldots) = 11{,}5$$

$$s_9^2 = \frac{1}{8} \cdot \left((12{,}5 - 11{,}5)^2 + (11{,}2 - 11{,}5)^2 + \ldots + (11{,}5 - 11{,}5)^2 \right) =$$

$$= 0{,}5675 \Rightarrow s_9 = \sqrt{s_9^2} = 0{,}75$$

$$\alpha = 0{,}05 \rightarrow u_{1 - \frac{0{,}05}{2}} = u_{0{,}975} = 1{,}96$$

$(*)$

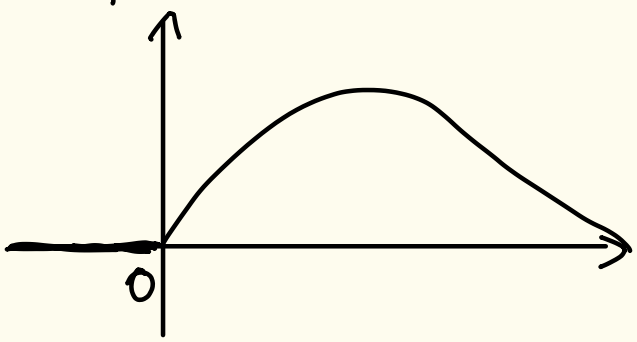
$$(*) = 95\%\,CI = \left(\overline{x_9} \pm u_{0{,}975} \cdot \frac{s_9}{\sqrt{9}} \right) = \left(11{,}5 \pm \underbrace{1{,}96 \cdot \frac{0{,}75}{3}}_{0{,}49} \right) =$$

$$= (11{,}01,\ 11{,}99)$$

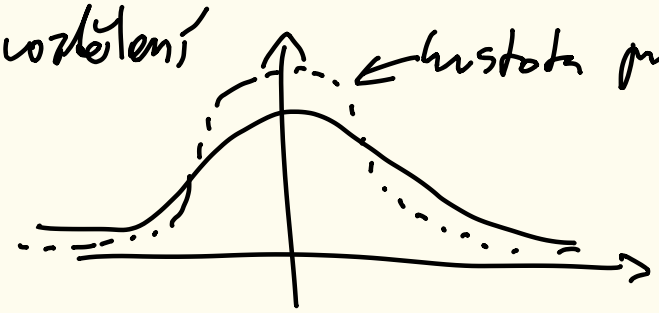
Pozn. $X \sim Alt(p)$ $\quad \mathbb{E}X = p \approx \bar{X}$ $\quad$ a $\operatorname{var} X = p(1-p) \approx s^2 \approx \bar{X}(1-\bar{X})$

nebo $X \sim Po(\lambda) \Rightarrow \mathbb{E}X = \operatorname{var} X = \lambda$, $\quad \mathbb{E}X \approx \bar{X}$, $\quad \operatorname{var} X \approx \bar{X}$

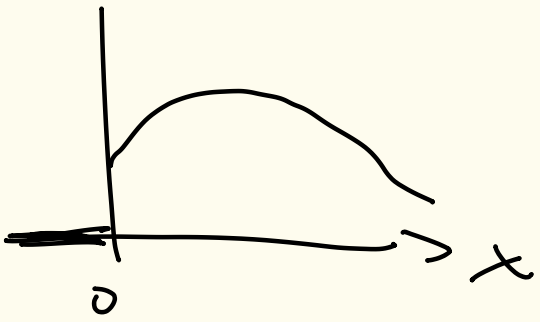
Hustoty pro χ^2_n - rozložení



t_n-rozložení ← hustota pro $N(0,1)$



F-rozložení



asymptotický
95% CI $= \left(\bar{x}_9 \pm u_{0,975} \frac{s_9}{\sqrt{9}}\right) = \left(11,5 \pm 1,96 \cdot \frac{0,75}{3}\right) =$

$= (11,01; 11,99)$

přesný
95% CI $= \left(\bar{x}_9 \pm t_{8;0,975} \cdot \frac{s_9}{\sqrt{9}}\right) = \left(11,5 \pm \underbrace{2,31 \cdot \frac{0,73}{3}}_{0,57}\right) =$

$= (10,93; 12,07)$

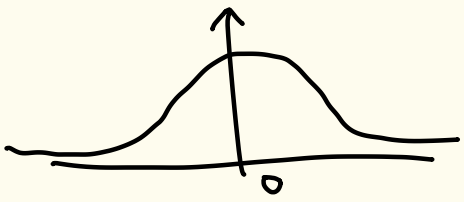
Př. Lodě – pokračování

Přístav dostane dotaci, pokud střední délka lodí je alespoň 12 m. Správce přístavu proto uvedl ve formuláři, že střední délka lodě je 12 m. Testujte, že má správce pravdu na západě dat výše.

$H_0: \mathbb{E}X = 12$

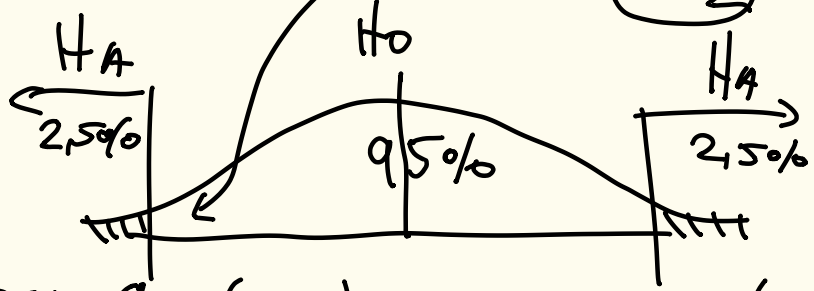
$H_1: \mathbb{E}X \neq 12$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mathbb{E}X}{\sqrt{S_n^2}} \sqrt{n} \sim t_{\underset{8}{n-1}} \rightarrow$$



$\rightarrow$ aplikováno na datech $T = \frac{\bar{X} - 12}{\sqrt{S^2}} \sqrt{9} = \frac{11{,}5 - 12}{\sqrt{0{,}75}} 3 =$

$= -2 \Rightarrow H_0$ nezamítáme ve prospěch H_A $\mathbb{E}X \neq 12$ na hladině $\alpha = 5\%$

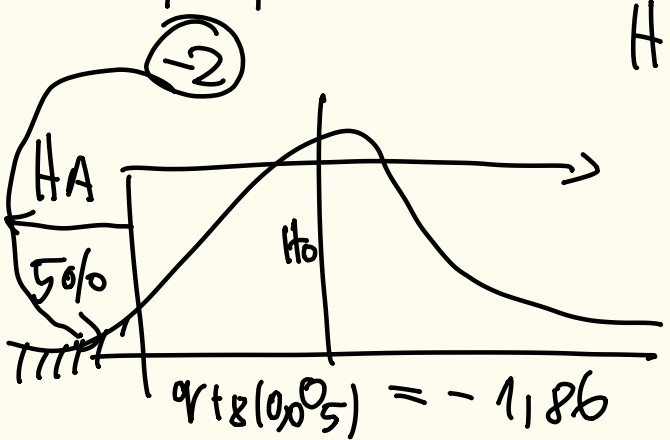


$-2{,}31 = q_{t_8}(0{,}025)$ $\qquad$ $q_{t_8}(0{,}975) = 2{,}31$

Ale my spíše řešíme: $H_0: \mathbb{E}X = 12$

$H_1: \mathbb{E}X = 12$

$\alpha = 5\%$



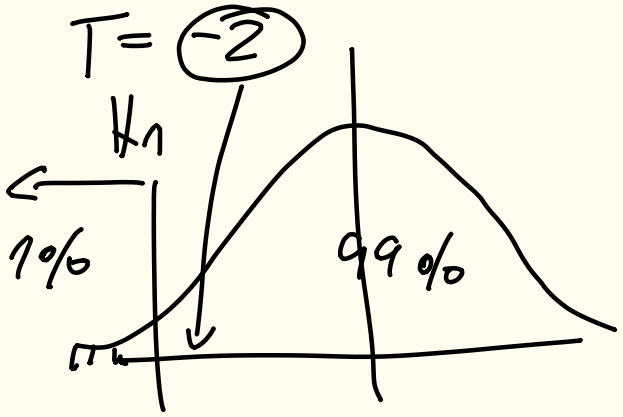
$q_{t_8}(0{,}05) = -1{,}86$

H_0 zamítáme ve prospěch $H_1: \mathbb{E}X < 12$ na hladině $\alpha = 5\%$

$H_0: \mathbb{E}X = 12$ $\quad T = (-2)$

$H_1: \mathbb{E}X < 12$

$\alpha = 1\%$

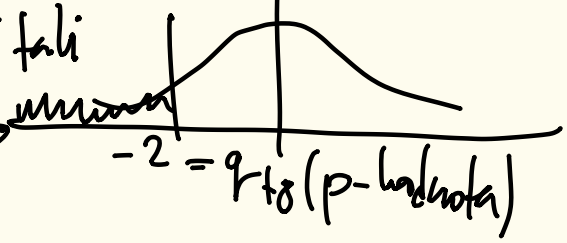


$-2,9 = q_{t_8}(0,01)$

H_0 nezamítáme ve prospěch $H_A: \mathbb{E}X < 12$ na hladině $\alpha = 1\%$

Pozn.

p-hodnota (p-value) ... nejmenší hladina, na které bychom ještě zamítali



p-hodnota = plocha

pacient / oko	1	2	3
LO	1	3	2
PO	1,5	4	1,5
LO-PO	-0,5	-1	0,5