opakování $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ množina el. jevů

$\mathcal{A}$ množina (obvykle všech) podmnožin Ω → jevy A, B, C

jevy → ve všech definujeme pst $P(A)$

Podmnožina pst Máme A, B, kde $P(B) > 0$. Pak $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Spojitost s geom. pstí

<u>Věty</u> 1) Podmíněná pst má všechny vlastnosti nepodmíněné
(dosl. např. $P(A^c|B) = 1 - P(A|B)$)

2) řetězové pravidlo — za jistých podmínek platí
$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_4) = P(A_1)\, P(A_2|A_1)\, P(A_3|A_1 \cap A_2)$

3) Věta o úplné psti ——— " ——— $P(B) = P(B|A_1) \dots P(B|A_2) \dots$

Př. máme 50ks výrobku od dodavatele A, přičemž pst, že výrobek je zmetek je

	0,1	$\tilde{A}$	5 zmetků
30ks	0,2	$\tilde{B}$	6 zmetků
20ks	0,3	$\tilde{C}$	6 zmetků

$$\frac{17}{100}$$

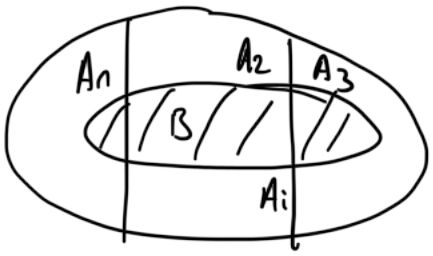
nebo jiný způsob jako vážený průměr

$0{,}1 \cdot \frac{50}{100}$ $\quad P(Zm|\tilde{A})$ $\quad \frac{5+6+6}{100} = \frac{17}{100}$

$0{,}2 \cdot \frac{30}{100}$ $\quad P(Zm|\tilde{B})$

$0{,}3 \cdot \frac{20}{100} \rightarrow P(Zm|\tilde{C})$

Dk:



$$P(B) = \sum_i P(B \cap A_i) = \sum_i P(B|A_i)\,P(A_i)$$

$$P(B|A_i) = \frac{P(B \cap A_i)}{P(A_i)} \Rightarrow P(B \cap A_1) = P(B|A_1)\,P(A_1)$$

Př. Je známo, že chorobu trpí 1‰ populace úspěšnost testu 99,5%.

Pokud je test pozitivní, jaká je pravděpodobnost, že je test pozitivní?

test \ stav	nemocní	zdraví	
pozitivní	995	4995	5990
negativní	5	zbytek	
	1000	999000	1000000

jiný způsob:

Bayesova věta

$$P(B|A_2) = 1 - P(B^c|A_2)$$

A_1 osoba je nemocná
A_2 osoba je zdravá
B test je pozitivní

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)\cdot P(A_1)}{P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)\cdot P(A_2)} = \frac{0{,}995 \cdot 0{,}001}{0{,}995 \cdot 0{,}001 + 0{,}005 \cdot 0{,}999} =$$

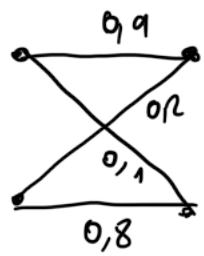
Dk: čitatel: $P(B|A_i)P(A_i) = P(B \cap A_i)$ $\Big\} \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$

jmenovatel: $\sum_i P(B|A_i)P(A_i) = P(B)$

věta o úplnosti

Př. Zavržení vysílá znaky 0 a 1. Chybovost je následující

chybovost



A_0 vyslání 0
A_1 -"- 1
B_0 příjem 0
B_1 -"- 1

Když známe
$P(A_0) = 0,7$
$P(A_1) = 0,3$

tabulka vytvořena v příloze

vysl \ přij	0	1	
0	63	7	70
1	6	24	30
	69	31	1

Souvislost s LA: $P(B_0)$ = vizuálně

$$P(B_1) = P(B_1|A_0)\,P(A_0) + P(B_1|A_1)\,P(A_1)$$ } tj.

$$(P(B_0), P(B_1)) = (P(A_0), P(A_1)) \begin{pmatrix} P(B_0|A_0) & P(B_1|A_0) \\ P(B_0|A_1) & P(B_1|A_1) \end{pmatrix}$$

$(0,6;\ 0,4)$ = -"-

$$\begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

→ stochastická matice

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A)\,P(B)\,P(C)\,P(D)$$

$P(A \cap B \cap C) = P(A)\,P(B)\,P(C)$
$P(B \cap C \cap D) = P(B)\,P(C)\,P(D)$ } všechny kopie
⋮

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ } všechny kopie
$P(A \cap C) = P(A)\,P(C)$
⋮

A na první minci 0
B na druhé minci 0
C na mincích padly různé strany

$P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{4} = P(A)P(C)$

$P(B \cap C) = 1/4 = P(B)P(C)$

$P(A \cap B \cap C) = 0 \neq P(A)P(B)P(C) \longrightarrow$ neplatí

Př. Házíme osmistěnou kostkou

A... padla 1, 2, 3, nebo 4
B... padla 1, 5, 6, nebo 7
C... padla 1, 2, 4 nebo 8

$P(A) = P(B) = P(C) = 1/2$

$P(A \cap B \cap C) = 1/8 = P(A)P(B)P(C)$

$P(A \cap B) = 1/8 \neq P(A)P(B)$

$\Rightarrow$ nejsou nezávislé

A, B nezávislé ... $P(A|B) = P(A)$

$$\| $$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)}$$