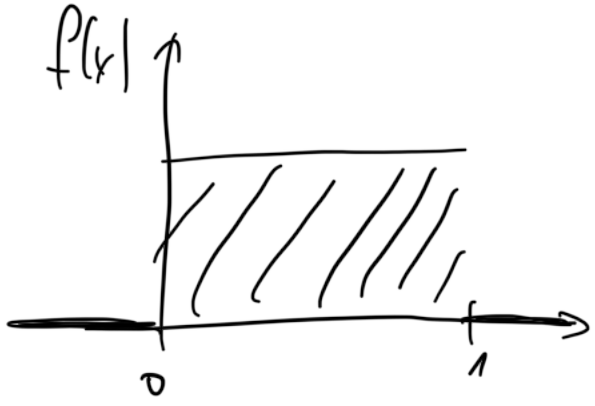
X... náh. veličina } tj „náhodné číslo" → dělení: 1) diskrétní
$X: \Omega \to \mathbb{R}$ } 2) spojité
3) směsi (kombinace 1) a 2))

1) popis $P(X=k) = \dots$ pro každé hodnoty k
2) popis hustoty pravděpodobnosti $f(x) = \dots \; x \in \mathbb{R}$
3) $X = Mix_c(D,S)$, kde D je diskrétní n.v., S je spojitá n.v.

Př.: Generátor náh. čísel → s pstí 1/4 vrací hodnotu 1 nebo 0 v poměru 2:0
→ s pstí 3/4 — " — z intervalu (0,1) rovnoměrně

X vrací hodnotu, kde $X = Mix_{1/4}(D,S)$, $D: P(D=1) = 2/3$
$P(D=0) = 1/3$

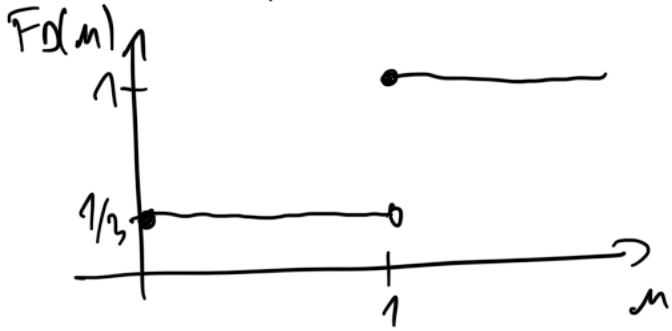
a $S: f(x) = 1$ pro $x \in (0,1)$
$= 0$ pro x jinak

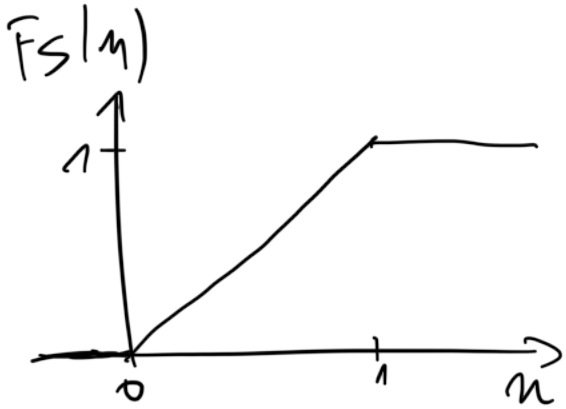


$F_X(x) = P(X \le x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

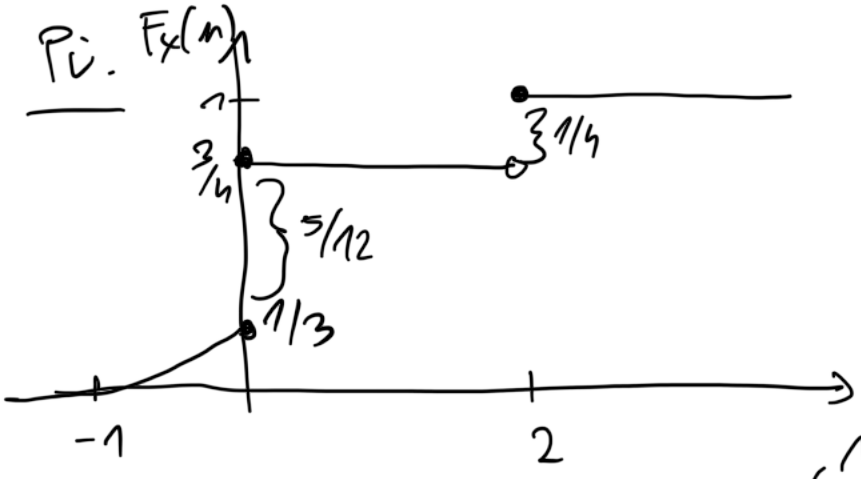
$F_X(x) = c \; F_D(x) + (1-c) \cdot F_S(x)$

$= 1/4 \; F_D(x) + 3/4 \cdot F_S(x)$





Př. $F_X(x)$



$X = \text{Mix}_C(D, S)$

$D: P(D=0) = \frac{5}{8} = \frac{5/12}{2/3}$

$P(D=2) = \frac{3}{8} = \frac{3/12}{2/3}$

$C = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$

$F_X(x) = 0$ pro $x \in (-\infty, -1)$

$= 1/3 (x+1)^2$ pro $x \in \langle -1; 0)$

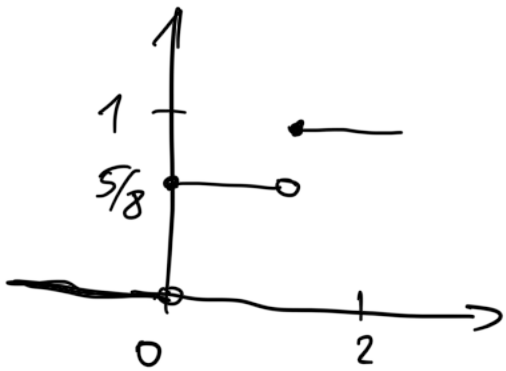
$= 3/4$ pro $x \in \langle 0; 2)$

$= 1$ pro $x \in \langle 2; \infty)$

$P(X=0) = \frac{5}{12}, \quad P(X=2) = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

$S: \quad F_S(x) = \frac{F_X(x) - C F_D(x)}{1-C} = \frac{F_X(x) - \frac{2}{3} F_D(x)}{1/3} =$

$= 3F_X(x) - 2F_D(x) =$



$F_D(x) = 0$ pro $x \in (-\infty, 0)$

$= 5/8$ $\langle 0, 2)$

$= 1$ $\langle 2, \infty)$

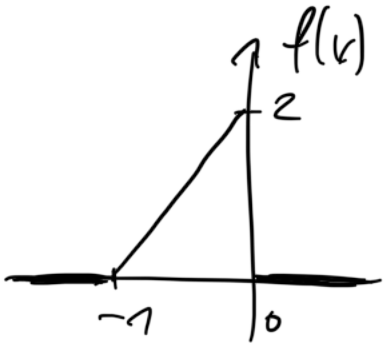
$= 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 = 0$ pro $x \in (-\infty, -1)$

$= 3 \cdot \frac{1}{3}(x+1)^2 - 2 \cdot 0 = (x+1)^2$ pro $x \in \langle -1, 0)$

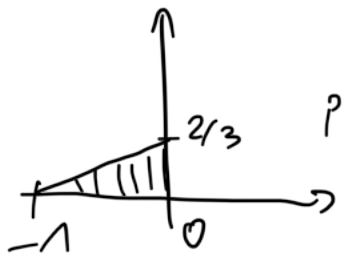
$= 3 \cdot \frac{3}{4} - 2 \cdot \frac{5}{8} = \frac{18-10}{8} = \frac{8}{8} = 1$ $x \in \langle 0, 2)$

$= 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$ $x \in \langle 2, \infty)$

$$f(x) = F'(x) = 2\cdot(x+1) \qquad x \in \langle -1, 0)$$
$$= 0 \qquad \text{v jinak}$$



Jinak: $F_x'(x) = \left(\frac{1}{3}(x+1)^2\right)' = \frac{2}{3}(x+1)$ pro $x \in \langle -1, 0)$



plocha $= 1/3$, ale $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow$

$$= 3 \cdot F_x'(x) = \frac{F_x'(x)}{c}$$

Př. V hlasici 70% hostů v pondělí, 30% ostatních tak, že $P(\text{sestka}) = 1/2$, zbylé pasti rozložené rovnoměrně)

Z ... počet puntíků na kostce $\Rightarrow$

$$P(Z=6) = 1/2$$
$$P(Z=1) = \ldots = P(Z=5) = \frac{1}{10}$$

Y ... počet puntíků na nocnější kostce:

$$P(Y=1) = P(Y=2) = \ldots = P(Y=6) = 1/6$$

X ... počet puntíků na náhodně vybrané kostce $\Rightarrow$

$\Rightarrow P(X=k) = 0{,}7 \cdot P(Y=k) + 0{,}3 \cdot P(Z=k)$ pro $k = 1, \dots, 6$

tj $P(X=6) = 0{,}7 \cdot \frac{1}{6} + 0{,}3 \cdot 1/2 = \frac{7+9}{60} = \frac{16}{60} = \frac{4}{15} \left(= \frac{20}{75}\right)$

$P(X=5) = \dots = P(X=1) = 0{,}7 \cdot 1/6 + 0{,}3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{35+9}{300} = \frac{11}{75}$

Př. Mladší a starší žáci skáčou do dálky, staršího zvolíme

$X = \text{Mix}_c(Y, Z)$, kde $\longrightarrow f_X(x)$

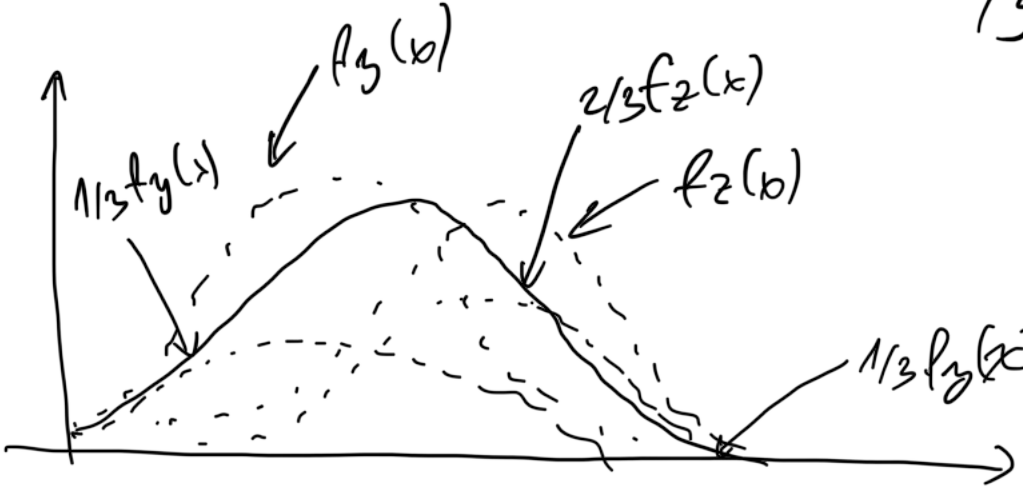
Y ... délka skoku mladšího žáka $\rightarrow f_Y(x)$

Z ... — " — staršího — " — $\rightarrow f_Z(x)$

X ... náhodně vybraný žák

$$f_X(x) = c \cdot f_Y(x) + (1-c) f_Z(x) =$$

$$= 1/3 \cdot f_Y(x) + 2/3 f_Z(x)$$



$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$$

$$P(X = c) = F(c) - \lim_{x \to c-} F(x)$$

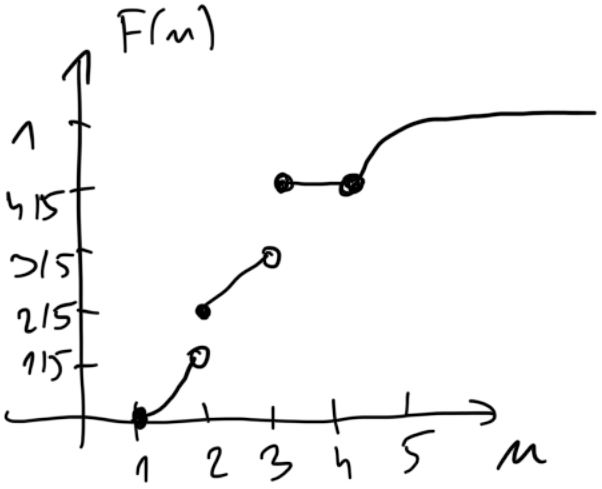
$$F_X(n) = \frac{1}{3}(n+1)^2 \quad n \in \langle -1, 0)$$

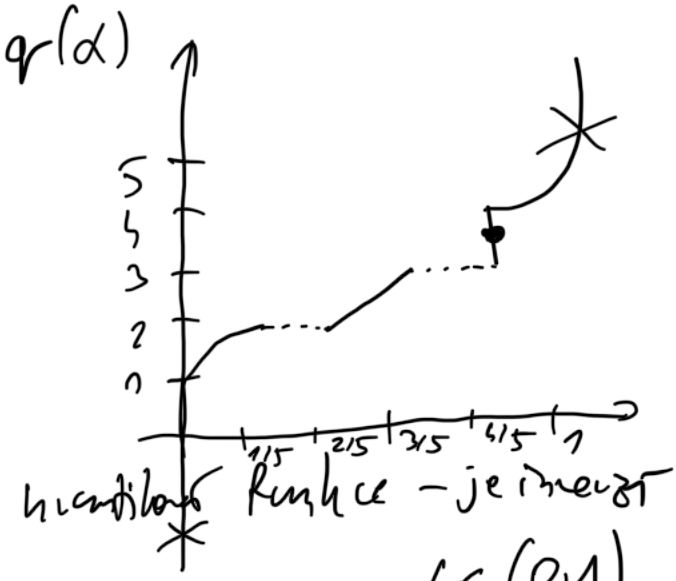
$$P(-0{,}5 < X \leq 0) = F(0) - F(-0{,}5) = \frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(0{,}5 \leq X \leq 0) = F(0) - \lim_{x \to -0{,}5^-} F(x) = \frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(-0{,}5 < X < 0) = P(-0{,}5 < X \leq 0) - P(0) = F(0) - F(-0{,}5) -$$
$$\left(F(0) - \lim_{x \to 0^-} F(x)\right) =$$

$$= \frac{8}{12} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{12} - \frac{5}{12} = \frac{3}{12} - \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$





Př. $2, 4, 7, 7 \rightarrow$ průměr (aritm) $= \frac{2+4+7+7}{4} = 5 =$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \sum_{k \ldots \text{všechny možné hodnoty}} k \, P(X = k)$$