

# JAG Cvičení 1

## Úlohy, které budou řešeny na cvičení

### 1.1 Příklad

Jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  je dán induktivně

$$\begin{aligned}\varepsilon &\in L \\ u \in L &\Rightarrow aub \in L \\ u \in L &\Rightarrow bua \in L \\ u, v \in L &\Rightarrow uv \in L\end{aligned}$$

Charakterizujte slova jazyka  $L$ , tj. najděte vlastnost  $\mathcal{V}$  takovou, že  $L = \{u \mid \text{slovo } u \text{ má vlastnost } \mathcal{V}\}$ . Své tvrzení dokažte.

### 1.2 Příklad

Je dán konečný automat  $M$  tabulkou

	$a$	$b$
1	2	1
$\leftarrow 2$	2	1
3	7	5
$\leftarrow 4$	7	4
$\rightarrow 5$	2	4
$\leftarrow 6$	6	3
7	7	4

- Nakreslete stavový diagram automatu.
- Simuluje krok po kroku výpočet automatu nad slovem  $bbaaab$ .
- Z induktivní definice odvodte  $\delta^*(2, bab)$ .

### 1.3 Příklad

Navrhněte automat modelující posuvný registr, který provádí celočíselné dělení 4 binárně zadaného čísla (číslo se čte od nejvyššího řádu). O jaký typ automatu se jedná?

### 1.4 Příklad

Pro uvedené automaty nakreslete stavový diagram. Najděte vlastnost  $\mathcal{V}$ , která charakterizuje slova přijímaná daným automatem. Dokažte, že automat přijímá právě všechna slova s vlastností  $\mathcal{V}$ .

a) *podez. mít deliktní formu*

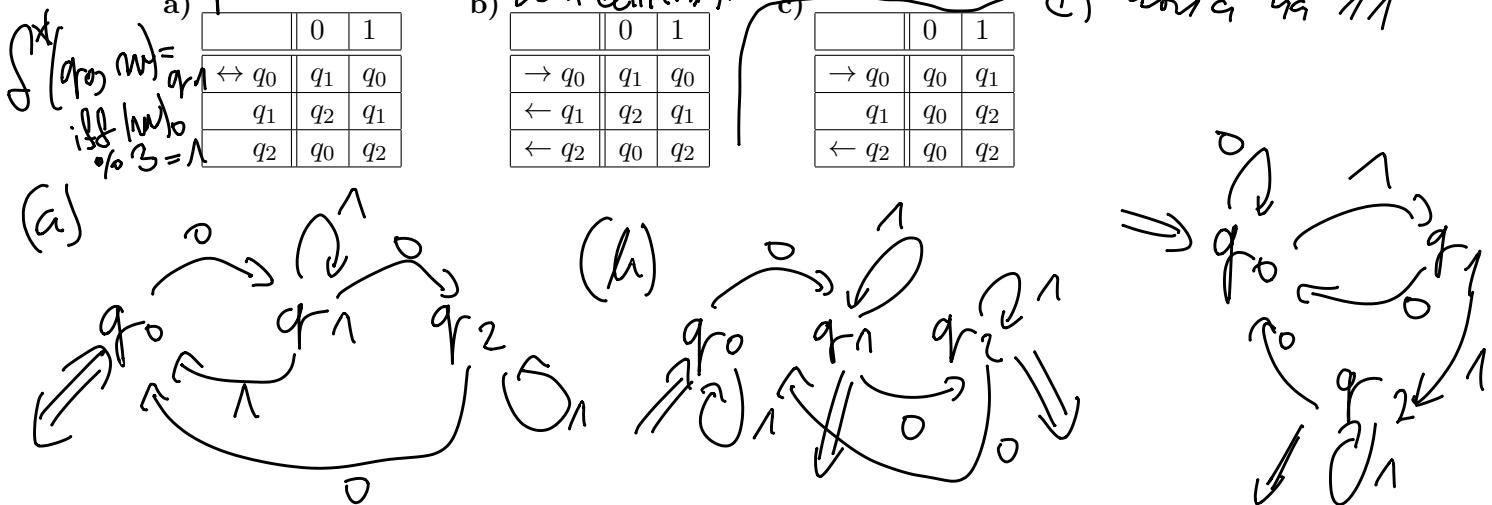
	0	1
$\leftrightarrow q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$	$q_2$	$q_1$
$\% 3 = 1$	$q_2$	$q_0$

b) *vlastní dělitelnost formu*

	0	1
$\rightarrow q_0$	$q_1$	$q_0$
$\leftarrow q_1$	$q_2$	$q_1$
$\leftarrow q_2$	$q_0$	$q_2$

c) *koncovky na 11*

	0	1
$\rightarrow q_0$	$q_0$	$q_1$
$q_1$	$q_0$	$q_2$
$\leftarrow q_2$	$q_0$	$q_2$



$$L \subseteq \{a, b\}^*$$

1.  $\emptyset \in L$

2. a)  $w \in L \Rightarrow awb \in L$

b)  $w \in L \Rightarrow bw \in L$

c)  $u, v \in L \Rightarrow uv \in L$

---

$$\text{hajíť } \checkmark \quad L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w \text{ má } \checkmark\}$$

$w$  má  $\checkmark$  iff  $|w|_a = |w|_b$

$$L_1 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, |w|_a = |w|_b\}$$

a)  $L \subseteq L_1$

$$1) |\emptyset|_a = 0 = |\emptyset|_b \quad \text{má vlastnost } \checkmark$$

$$2) \text{u má vlastnost } \checkmark \quad |awb|_a = |wa + 1|_a$$

$$a) \hookrightarrow |wa|_a = |w|_a \quad |awb|_b = |wb + 1|_b$$

$$c) |wa|_a = |w|_b \\ (|wa|_a = (|w|_a + |w|_b)) \\ (|w|_a + |w|_b = |wb|_b + |w|_b))$$

$$|wa|_a = |w|_b \\ |w|_a \stackrel{?}{=} |w|_b$$

b)  $L_1 \subseteq L$

ještě prodele  $w \in L_1$

1) z.h.  $w = \epsilon$  a  $w \in L_1$ . - . bad 1

2) předpokládejme, že existuje  $n$ ,  $|w|_a = |w|_b = n$  a  $|w| < n$  když  $\forall L$

Vezmeme  $w \in L_1$ :  $|w| = n$   $|w|_a = |w|_b$

$$w = a^m b \text{ resp } w = b^m a \quad |w| = |w| - 2$$

$$|w|_a = |w|_a - 1 = |w|_b = |w|_b - 1$$

$$\text{Wzg} \quad w = a^m a \quad \text{resp} \quad w = b^m b$$


---

$$w = a^{\boxed{m}} a \xrightarrow{\substack{= z \cdot t \\ \text{o jedno b v r} \in c}} |z|_a = |z|_b$$

$$|w|_a = |w|_a - 1$$

$$|t|_a = |t|_b$$

$$z \neq \epsilon \quad t \neq \epsilon$$

$$|w|_b = |w|_b$$

$$w = z \cdot t \quad z \in \Sigma$$

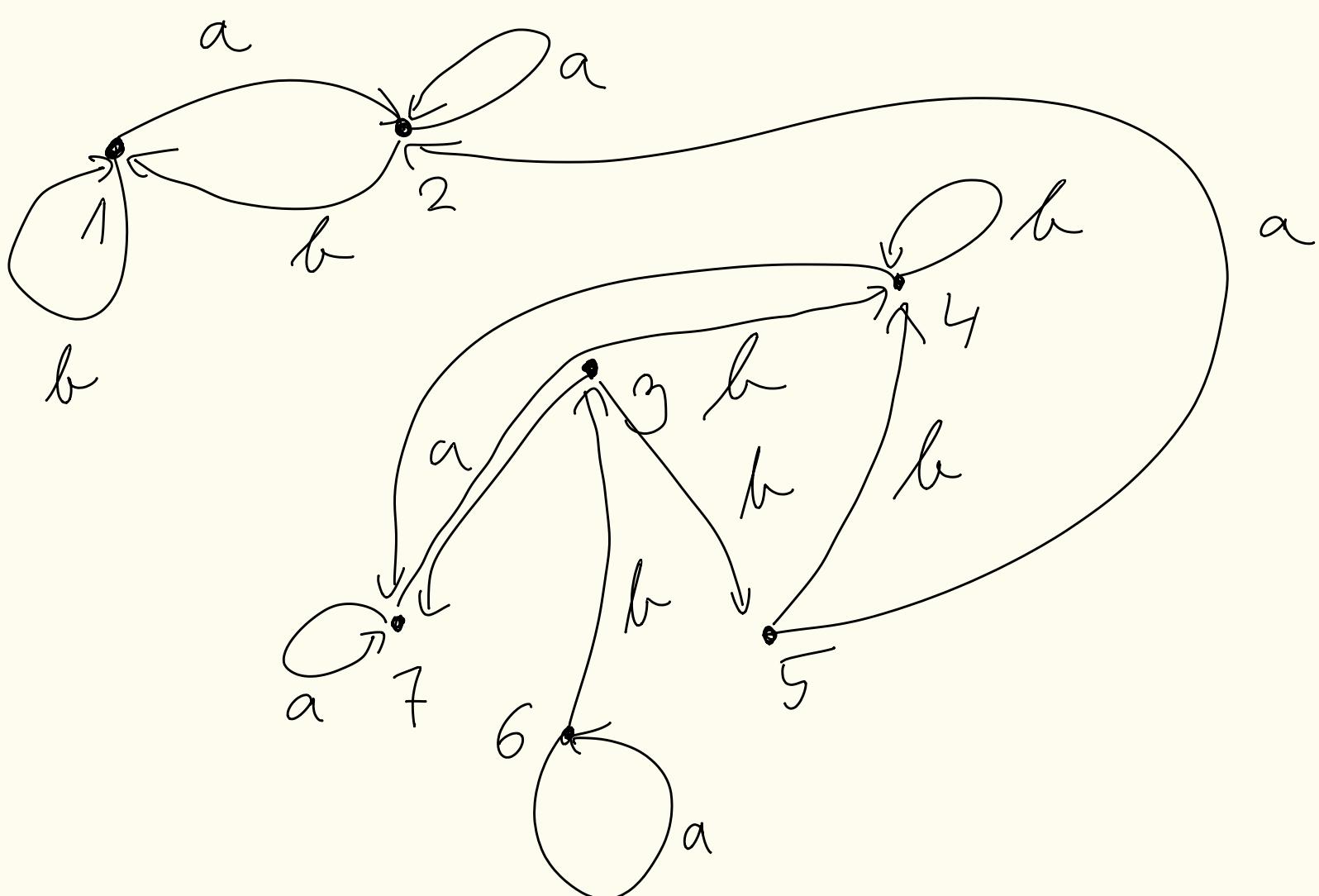
$$t \in \Sigma$$

nezmeně prim prefix  $w$  což je

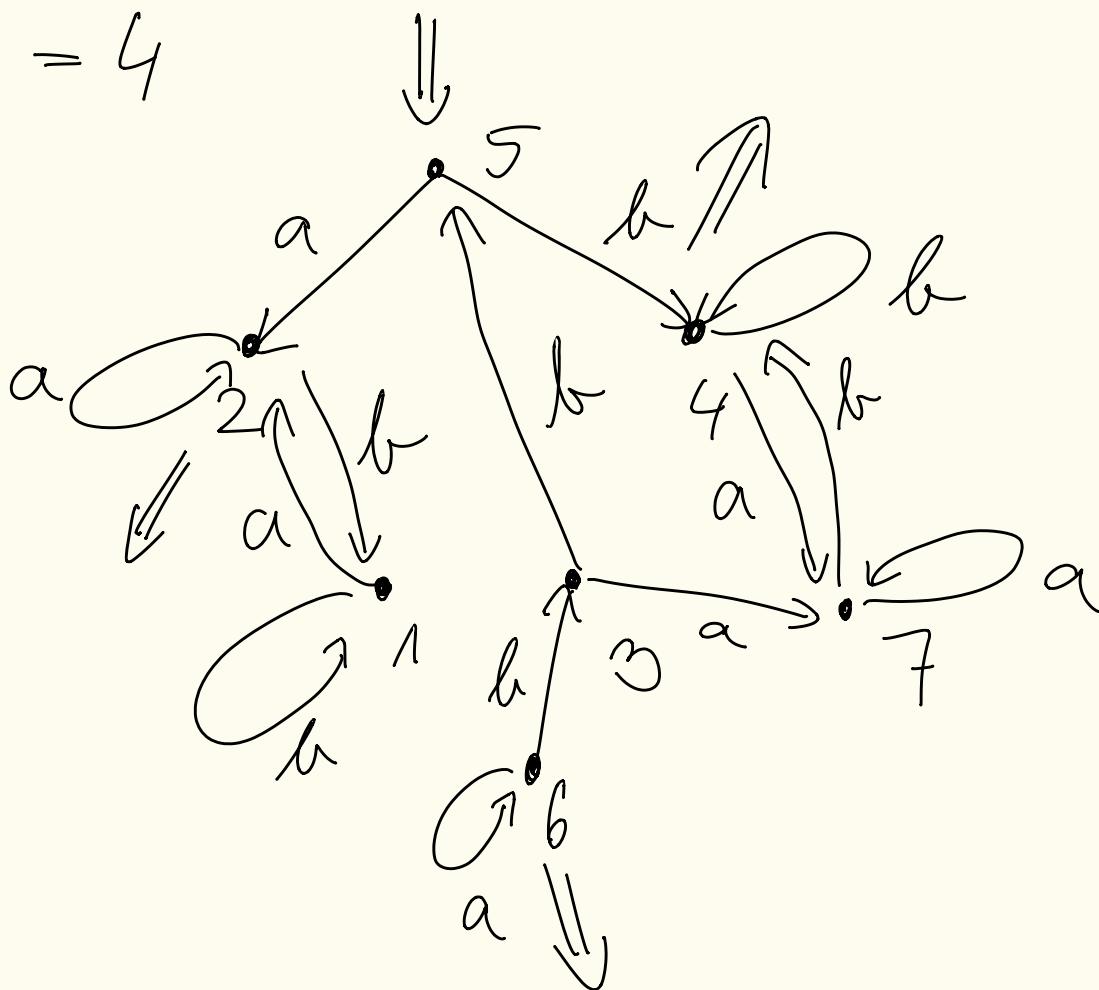
o jedno b v r

$$\Rightarrow z \cdot t \in L$$

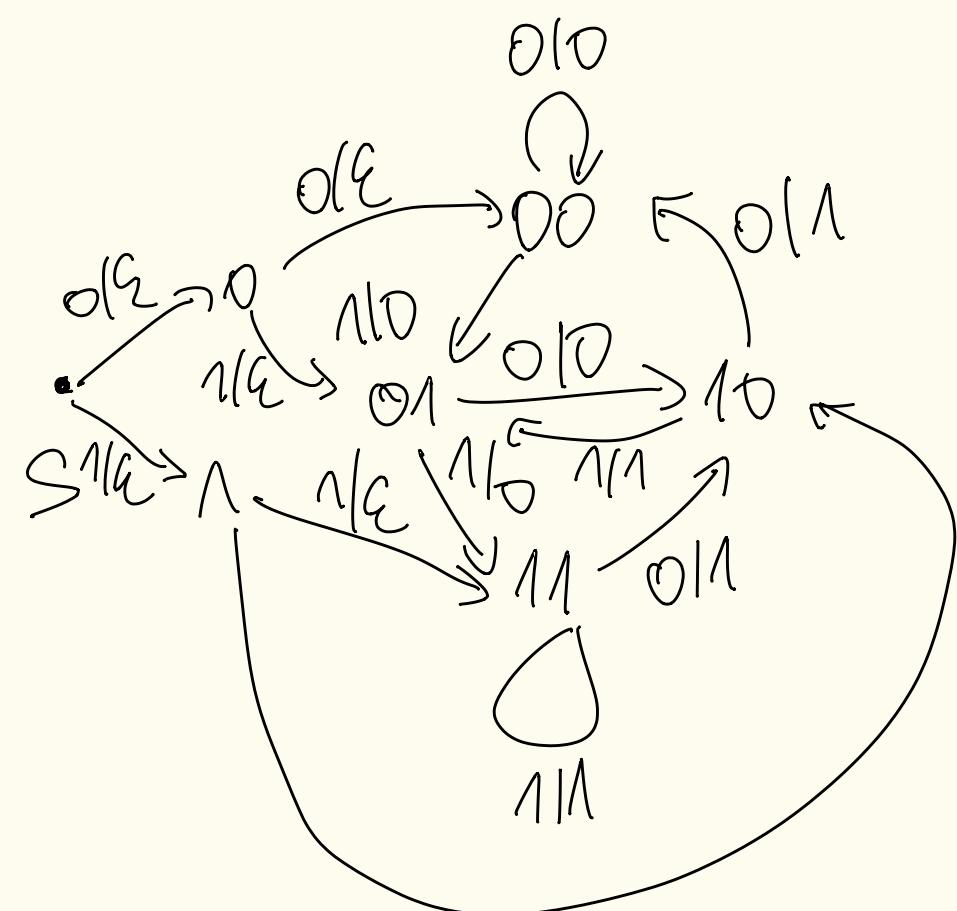
proto 2c)  $w = z \cdot t \in L$



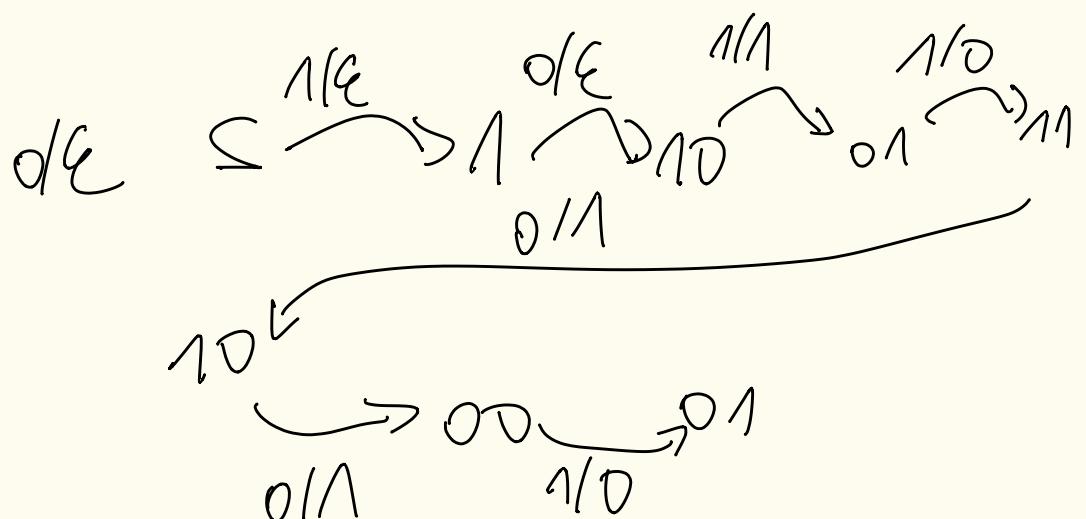
$$hbaab = 4$$



$$(3) \quad f^*(2, hah) = f(f^*(2, ba), h) = f(f(f(2, e), a), h)$$



repris: EEE10110



## Samostatná práce

### 1.5 Příklad

Pro uvedený automat nakreslete stavový diagram. Najděte vlastnost  $\mathcal{V}$ , která charakterizuje slova přijímaná daným automatem. Dokažte, že automat přijímá právě všechna slova s vlastností  $\mathcal{V}$ .

	0	1
$\rightarrow q_0$	$q_0$	$q_1$
$\leftarrow q_1$	$q_2$	$q_1$
$\leftarrow q_2$	$q_0$	$q_1$

### 1.6 Příklad

Jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  je dán induktivně

$$\begin{aligned}\varepsilon &\in L \\ u \in L &\Rightarrow aua \in L \\ u \in L &\Rightarrow bub \in L\end{aligned}$$

Charakterizujte slova jazyka  $L$ , tj. najděte vlastnost  $\mathcal{V}$  takovou, že  $L = \{u \mid \text{slovo } u \text{ má vlastnost } \mathcal{V}\}$ .

## Úloha/y na procvičení

### 1.7 Příklad

Je dána abeceda  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $a \neq b$ . Dokažte toto tvrzení matematickou indukcí:

*Pro žádné slovo  $u \in \Sigma^*$  neplatí  $au = ub$ .*

### 1.8 Příklad

Jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  je dán induktivně

$$\begin{aligned}\varepsilon &\in L \\ u \in L &\Rightarrow aua \in L \\ u \in L &\Rightarrow bub \in L \\ u, v \in L &\Rightarrow uv \in L\end{aligned}$$

Pokuste se zformulovat vlastnost, která charakterizuje slova jazyka  $L$ . Pokud myslíte, že tato vlastnost jazyk plně charakterizuje, dokažte to. Pokud myslíte, že ne, najděte protipříklad.