

JAG Cvičení 12

9. a 12. prosince 2024

Úlohy, které budou řešeny na cvičení

12.1 Příklad

Je dán zásobníkový automat $A = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$, kde jednotlivé části jsou $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_f\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{Z_0, X\}$ a přechodová funkce je daná tabulkou

| | (a, Z_0) | (a, X) | (b, Z_0) | (b, X) | (ε, Z_0) | (ε, X) |
|-------------------|---------------|-------------|--------------|----------------------|----------------------|--------------------|
| $\rightarrow q_0$ | (q_0, XZ_0) | (q_0, XX) | (q_1, Z_0) | (q_1, ε) | (q_f, ε) | — |
| q_1 | — | — | (q_1, Z_0) | (q_1, ε) | (q_f, ε) | — |
| $\leftarrow q_f$ | — | — | — | — | — | — |

1. Nakreslete stavový diagram zásobníkového automatu A .
2. Ukažte práci zásobníkového automatu nad slovem $aabba$ a slovem $abbbb$.
3. Charakterizujte jazyk L , který tento zásobníkový automat přijímá. Tvrzení zdůvodněte.

12.2 Příklad

Je dán jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Sestrojte zásobníkové automaty A, B tak, že $L = N(A)$ a $L = L(B)$ (tj. A přijímá L prázdným zásobníkem, B přijímá L koncovým stavem), kde

$$L = \{(ab)^i b^j a^{j-i} \mid 0 < i < j\}.$$

12.3 Příklad

Je dán jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$. Sestrojte zásobníkové automaty A, B tak, že $L = N(A)$ a $L = L(B)$ (tj. A přijímá L prázdným zásobníkem, B přijímá L koncovým stavem), kde

$$L = \{w \mid w \text{ začíná a končí symbolem } 1 \text{ a obsahuje o dvě } 1 \text{ víc než } 0\}.$$

12.4 Příklad

Je dán jazyk $L = \{0^n 1^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$. Rozhodněte, zda jazyk L je bezkontextový.

V případě, že je bezkontextový, najděte buď bezkontextová gramatiku, která ho generuje, nebo zásobníkový automat, který ho přijímá. V případě, že není bezkontextový, tvrzení dokažte.

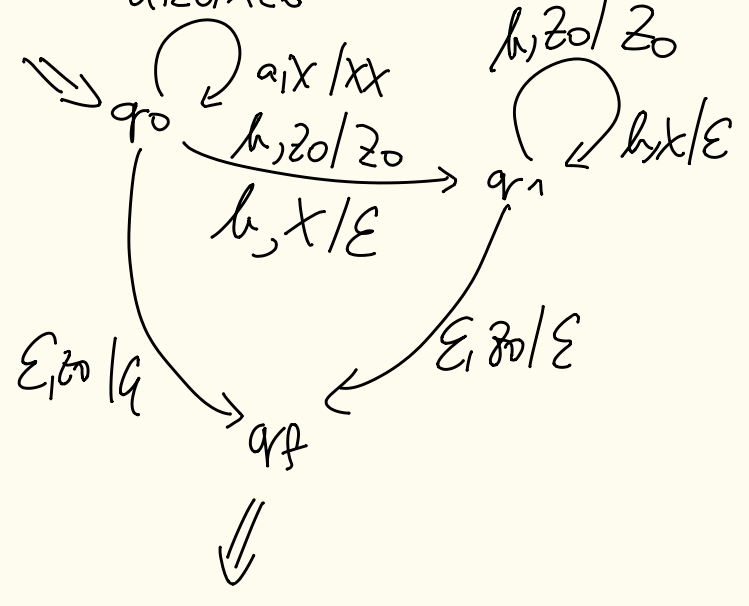
Samostatná práce

12.5 Příklad

Je dán jazyk L . Sestrojte zásobníkové automaty A, B tak, že $L = N(A)$ a $L = L(B)$ (tj. A přijímá L prázdným zásobníkem, B přijímá L koncovým stavem), kde

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b - 1\}.$$

12.1 $a_1 z_0 / x z_0$



$$L(A) = \{ a^i h^j \mid 0 \leq j \}$$

$$1) L \subseteq L(A) = N(A) \quad 2) L(A) \subseteq L$$

$$1) (q_0, a^i h^j, z_0) \quad i=j=0$$

$$(q_0, \epsilon, z_0) \vdash (q_f, \epsilon, \epsilon)$$

$$i=0 \quad j > 0$$

$$(q_0, h^j, z_0) \vdash (q_1, h^{j-1}, z_0) \vdash \dots \vdash (q_1, \epsilon, z_0) \vdash (q_f, \epsilon, \epsilon)$$

$$(q_0, a^i h^j, z_0) \vdash^{(i)} (q_0, h^{j+i}, x^i z_0) \vdash (q_1, h^{j+i-1}, x^{i-1} z_0)$$

$$\vdash^{(i-1)} (q_1, h^j, z_0) \vdash^{(j)} (q_1, \epsilon, z_0) \vdash (q_f, \epsilon, \epsilon)$$

2) $w \in L(A)$

$$a^i h^j \quad i \leq j$$

12.2

$$L = \{ (ah)^i h^j a^{j-i} \mid 0 < i < j \} =$$

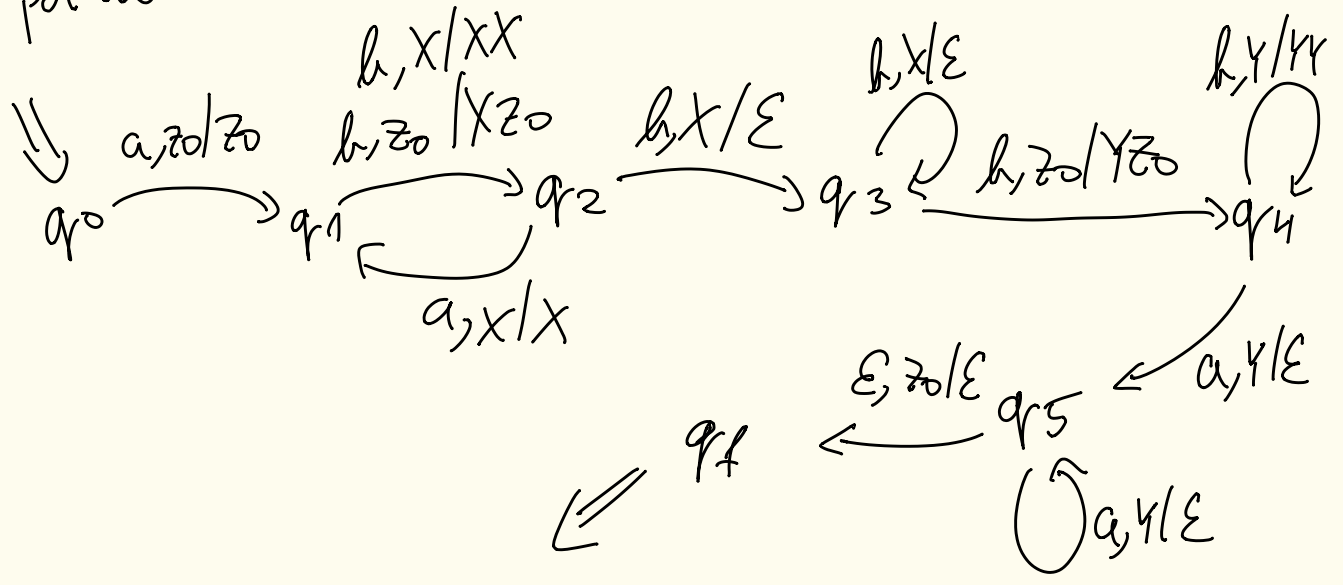
$$\begin{aligned} j-i &= h & j > i \\ j &= i+h & h > 0 \end{aligned}$$

$$= \{ (ah)^i h^{i+h} a^h \mid i > 0, h > 0 \}$$

mitene prepisat jako zvetězení

$$\{ (ah)^i h^i \mid i > 0 \} \cdot \{ h^k a^k \mid k > 0 \}$$

I. puzmo



$$(q_0, (ah)^i, h^j h^k a^k, z_0) \vdash (q_2, h^i h^h a^h, x^i z_0)$$

II. Pres gramatik

$$g: \begin{cases} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow ahAh \mid ah \\ B \rightarrow hBa \mid ha \end{cases}$$

$$\Sigma_A = (\{q\}, \Sigma, \Gamma, q, S)$$

$$\Gamma = \{S, A, B, a, h\}$$

$$\delta(q, \varepsilon, S) = \{(q, AB)\}$$

$$\delta(q, \varepsilon, A) = \{(q, ahAh), (q, ah)\}$$

$$\delta(q, \varepsilon, B) = \{(q, hBa), (q, ha)\}$$

$$\delta(q, a, a) = \{(q, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q, h, h) = \{(q, \varepsilon)\}$$

$$B: Q_B = \{q_0, q, q_f\}$$

$$\Gamma_B = \{S, A, B, a, h, z_0\}$$

$$\delta_B(q_0, \varepsilon, z_0) = \{(q, Sz_0)\} \quad \delta_B(q, a, x) = \delta(q, a, A)$$

$$x \in \{S, A, h, a, h\}$$

$$\delta_B(q, \varepsilon, z_0) = \{(q_f, z_0)\}$$

$$1) L \in L(g)$$

$$S \Rightarrow AB \stackrel{A \rightarrow ahAh^{(i-1)}}{\Rightarrow} (ah)^{i-1} Ah^{i-1} B$$

$$\Rightarrow (ah)^i b^i B \Rightarrow$$

$$\stackrel{B \rightarrow hBa^{(k-1)}}{\Rightarrow} (ah)^i h^i h^{k-1} B a^{k-1}$$

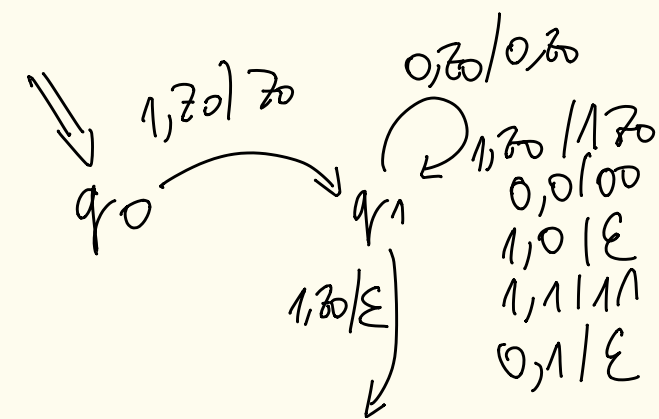
$$\Rightarrow \underline{\underline{(ah)^i h^i h^k a^k}}$$

$$2) L(g) \subseteq L$$

$$S \Rightarrow^* w$$

$$S \Rightarrow AB \dots$$

$$(3) L = \{1^n 1^m \mid |m|_0 = |m|_1\}$$



$$\Gamma = \{z_0, 0, 1\}$$

$$A = B$$

$$1) L \subseteq L(A)$$

$$(q_0, 1^n 1^m, z_0) \vdash (q_1, 1^n 1^m, z_0)$$

$$\vdash^* (q_1, 1, z_0) \vdash (q_f, \epsilon, \epsilon)$$

2) nemůže zůstat 0
nemůže končit 0
a by by m = k by podmínky,
musí mít stejný počet
0 a 1 N N

12.4 Příklad

Je dán jazyk $L = \{0^n 1^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$. Rozhodněte, zda jazyk L je bezkontextový.
V případě, že je bezkontextový, najděte buď bezkontextová gramatiku, která ho generuje, nebo zásobníkový automat, který ho přijímá. V případě, že není bezkontextový, tvrzení dokažte.

$$L = \{0^n 1^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$$

$$(L = \{0^n 1^n 1^k \mid 0 \leq k \leq n\})$$

$$q_1: S \rightarrow 0S1 \mid 0S11 \mid \epsilon$$

$$1) L \subseteq L(q_1)$$

$$m=0 \rightarrow \epsilon$$

$$n > 0 \rightarrow 0^n 1^m$$

$$S \xrightarrow{(i)} 0^i S 1^i \xrightarrow{(n-i)} 0^i 0 S 1^{n-i} 1^i \Rightarrow 0^i 0 S 1^{n-i} 1^i$$

$$2n-i = m$$

$$2n-m = i$$

$$n-i = n - (2n-m)$$

$$n - 2n + m$$

$$n-i = m-n$$

$$0^n S 1^{2n-2i+i}$$

$$\underbrace{\quad}_{1^{2n-i}}$$

$\Rightarrow \dots$