

**JAG Cvičení 14****6. a 9. ledna 2025****Konzultace k látce předmětu Jazyky, automaty a gramatiky****Úlohy, které budou řešeny na cvičení****14.1 Příklad**

Do Greibachové normální formy převeďte gramatiku  $\mathcal{G}$ , kde  $\mathcal{G} = (N, \Sigma, S, P)$ , kde  $N = \{S, A\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$  a  $P$  je dáno

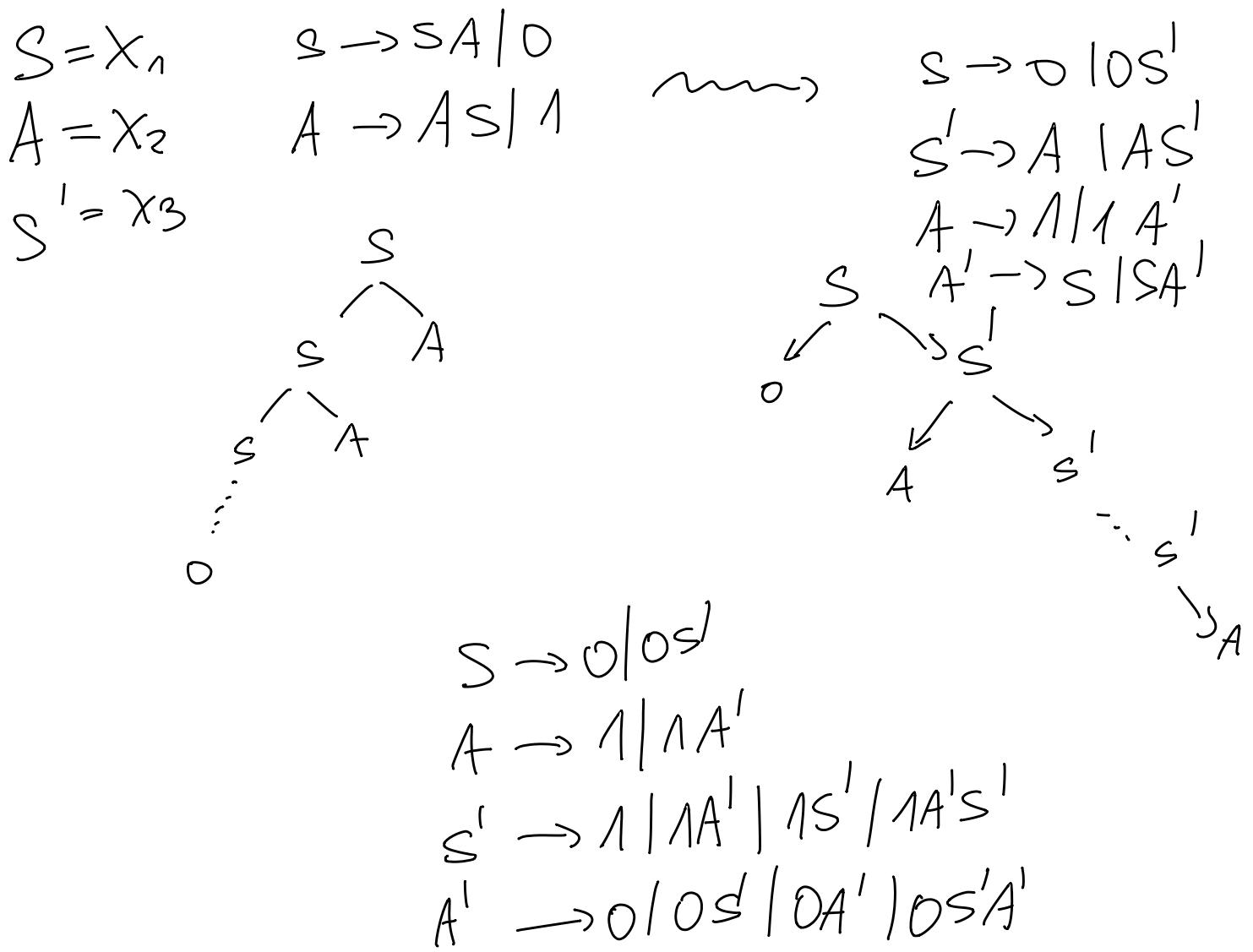
$$\begin{aligned} S &\rightarrow SA \mid 0 \\ A &\rightarrow AS \mid 1 \end{aligned}$$

**14.2 Příklad**

Je dána bezkontextová gramatika  $\mathcal{G} = (N, \Sigma, S, P)$ , kde  $N = \{S, A, B, C\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  a  $P$  je dáno

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Sa \mid Sb \mid bC \\ A &\rightarrow CBA \mid BC \mid b \\ B &\rightarrow aB \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow AA \mid bBb \mid \varepsilon \end{aligned}$$

1. Ke gramatice  $\mathcal{G}$  najděte nevypouštěcí gramatiku  $\mathcal{G}_1$ . Kroky převodu popište.
2. Ke gramatice  $\mathcal{G}_1$  najděte gramatiku  $\mathcal{G}_2$  v Chomského normálním tvaru, která generuje stejný jazyk jako gramatika  $\mathcal{G}_1$ . Jednotlivé kroky popište, gramatiku v Chomského normálním tvaru definujte.
3. Pomocí matematické indukce dokažte, že platí  $A \Rightarrow_{\mathcal{G}}^* A^i C (BA)^{i+1}$  pro každé  $i \geq 0$ . Toho využijte k důkazu, že  $b^{i+2}(ab)^{i+1}$  je generováno gramatikou  $\mathcal{G}$  pro každé  $i \geq 0$ .
4. Je gramatika  $\mathcal{G}$  víceznačná? (Víceznačnou gramatiku definujte.)
5. V gramatice  $\mathcal{G}_1$  odstraňte levou rekurzi u symbolu  $S$ . Postup popište.



14.2

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow Sa | Sb | Sc \\
 A &\rightarrow CBA | BC | b \\
 B &\rightarrow aB | \epsilon \\
 C &\rightarrow AA | bBb | \epsilon
 \end{aligned}$$

$$V = \{ A | A \Rightarrow^* \epsilon \}$$

$$V_1 = \{ A | A \rightarrow \epsilon \text{ EP} \}$$

$$V_1 = \{ B, C \}$$

$$V_2 = V_1 \cup \{ A \mid A \rightarrow \lambda \in P, \lambda \in V_1^* \}$$

$$V_2 = \{A, B, C\}$$

$$V_3 = V_2 = V$$

$$S \rightarrow S_a | S_h | hC | h$$

$$A \rightarrow CBA | CB | CA | BA | BC | B | C | h$$

$$B \rightarrow aB | a$$

$$C \rightarrow AA | A | hBh | hh$$

do chomeshko nomení/niho traro

$$(1) \text{ vyslovné pravidlo } \rightarrow S \rightarrow A \rightarrow B, A, B \in N$$

$$g_1 : S \rightarrow S_a | S_h | hC | h$$

$$A \rightarrow CBA | CB | CA | BA | BC | aB | a | AA | hBh | hh | h$$

$$B \rightarrow aB | a$$

$$C \rightarrow AA | CBA | CB | CA | BA | BC | aB | a | hBh | hh | h$$

$$g_2 : S \rightarrow S_{X_a} | S_{X_h} | X_h C | X_h$$

$$A \rightarrow CBA | CB | CA | BA | BC | X_a B | X_a | AA | X_h B | X_h | X_h h | X_h$$

$$B \rightarrow X_a B | X_a$$

$$C \rightarrow AA | CBA | CB | CA | BA | BC | X_a X_h | X_a | X_h B | X_h | X_h X_h | X_h$$

$$X_a \rightarrow a$$

$$X_h \rightarrow h$$

$g_3: S \rightarrow SX_a \mid SX_h \mid X_h C \mid X_h$

$A \rightarrow D A \mid CB \mid CA \mid BA \mid BC \mid X_a B \mid X_a \mid AA \mid E X_h \mid X_h X_h \mid X_h$

$B \rightarrow X_a B \mid X_a$

$C \rightarrow AA \mid DA \mid CB \mid CA \mid BA \mid BC \mid X_a X_h \mid X_a \mid E X_h \mid X_h X_h \mid X_h$

$X_a \rightarrow a$

$X_h \rightarrow h$

$D \rightarrow CB$

$E \rightarrow X_h B$

(3)

Doháňte iuhučí, že platí  $A \Rightarrow^* A^i C(BA)^{i+1} \quad \forall i \geq 0$

Z. k.  $i=0$

$CBA : \quad A \xrightarrow{A \Rightarrow^{CBA}} A \Rightarrow^* CBA$

IP: Prep., že  $A \Rightarrow^* A^i C(BA)^{i+1}$

$$\begin{aligned}
 A &\xrightarrow{A \Rightarrow^{CBA}} CBA \xrightarrow{C \Rightarrow AA} AA \underset{\sim}{\underset{\sim}{\underset{\sim}{\underset{\sim}{\underset{\sim}{\underset{\sim}{AA}}}}} BA \xrightarrow{IP} A^i C(BA)^{i+1} (BA) = \\
 &= A^{i+1} C(BA)^{i+2}
 \end{aligned}$$

$\square$

$b^{i+2} (ah)^{i+1} \in L(g)$

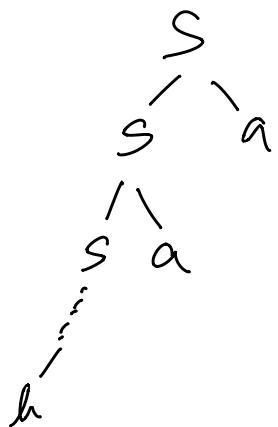
$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{S \rightarrow hC} hC \xrightarrow{C \rightarrow AA} hAA \xrightarrow{A \rightarrow h} h^2 A \xrightarrow{A \rightarrow h^i} h^2 A^i C(BA)^{i-1} \xrightarrow{i+1 \text{ steps}} h^2 A^i C(BA)^{i-1} \xrightarrow{A \rightarrow h^{(i)}} \\
 h^{2+i} C(BA)^{i-1} &\xrightarrow{C \rightarrow \epsilon} h^{2+i} (BA)^{i-1} \xrightarrow{(*)} h^{2+i} (aA)^{i-1} \xrightarrow{A \rightarrow h} \\
 *: B &\xrightarrow{B \rightarrow aB} a \xrightarrow{B \rightarrow \epsilon} a
 \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}
 S &\xrightarrow{S \rightarrow hC} hC \xrightarrow{C \rightarrow AA} hAA \xrightarrow{A \rightarrow h} hA \xrightarrow{A \rightarrow h} hh \\
 S &\xrightarrow{S \rightarrow hC} hC \xrightarrow{C \rightarrow hBh} hBh \xrightarrow{B \rightarrow \epsilon} bbb
 \end{aligned}$$

(5)

$$S \rightarrow Sa | Sh | hC | h$$



$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow hC | hCS' | h | hs' \\
 S' &\rightarrow a | h | as' | hs'
 \end{aligned}$$