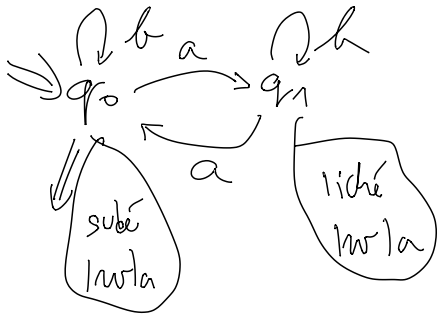
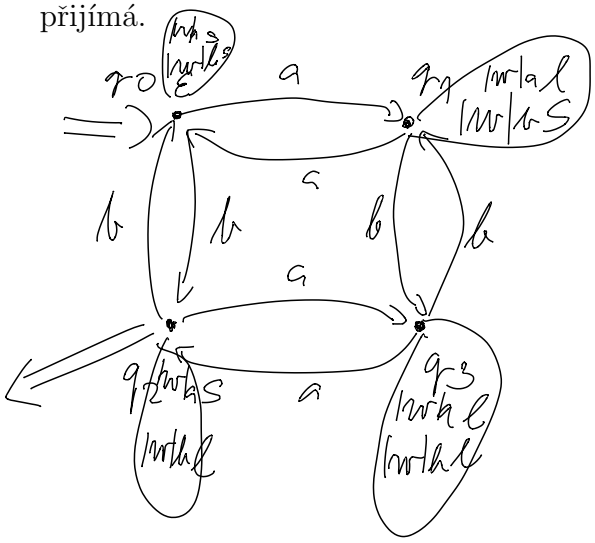
Cvičení 30. září a 3. října 2024

Příklad 2.1. Je dán jazyk $L = \{w \mid \text{počet } |w|_a \text{ je sudý}\}$ nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Navrhněte konečný automat přijímající jazyk L a dokažte, že skutečně tento jazyk přijímá.

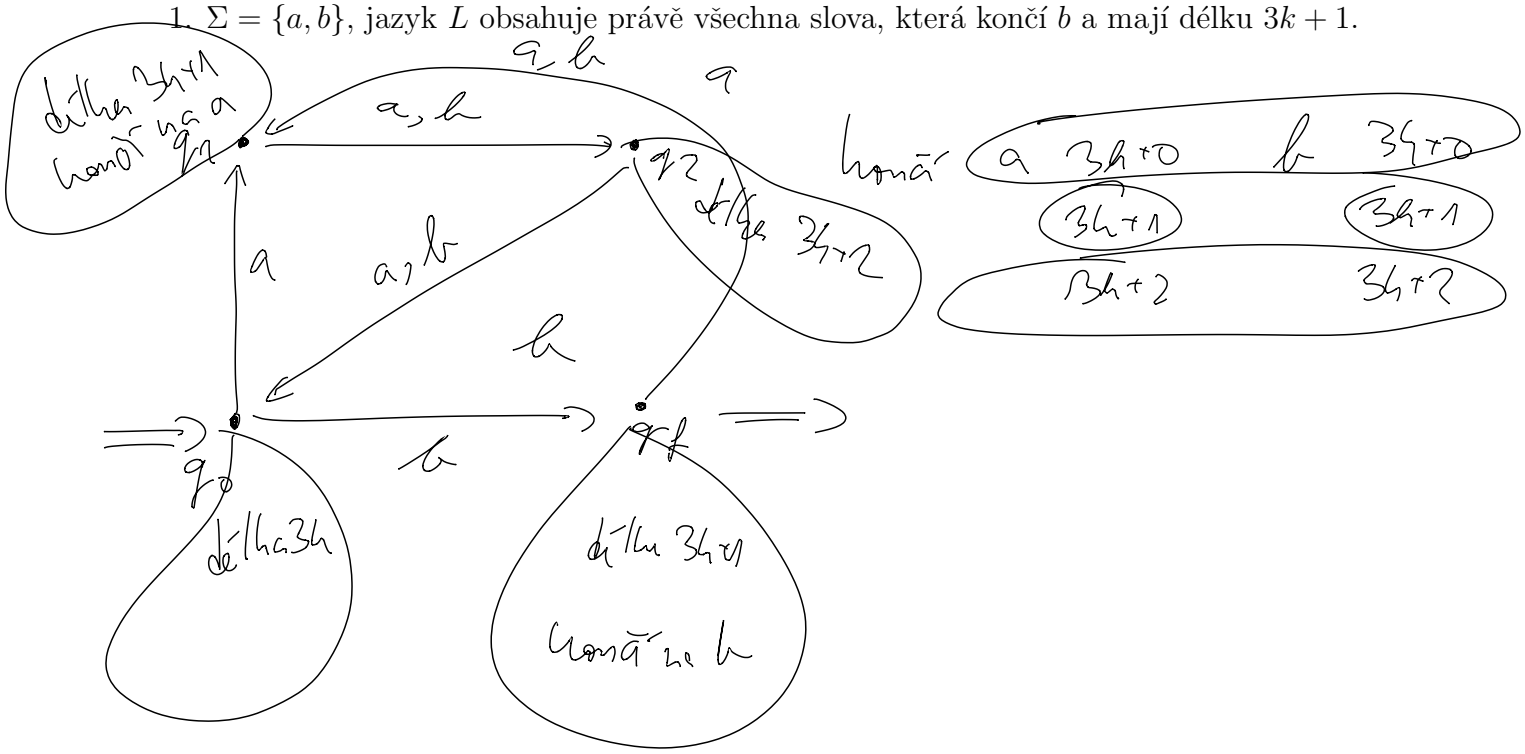


Příklad 2.2. Je dán jazyk $L = \{w \mid \text{počet } |w|_a \text{ je sudý a počet } |w|_b \text{ je lichý}\}$ nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Navrhněte konečný automat přijímající jazyk L a dokažte, že skutečně tento jazyk přijímá.

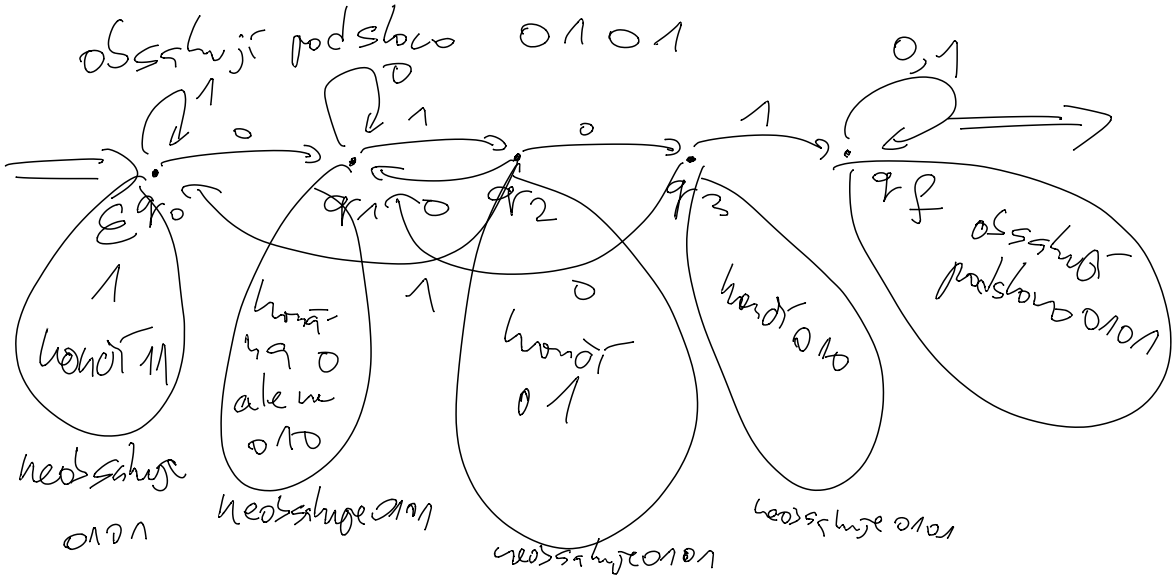


Příklad 2.3. Pro daný jazyk L navrhněte konečný automat, který tento jazyk přijímá. O automatu ukažte, že opravdu přijímá daný jazyk.

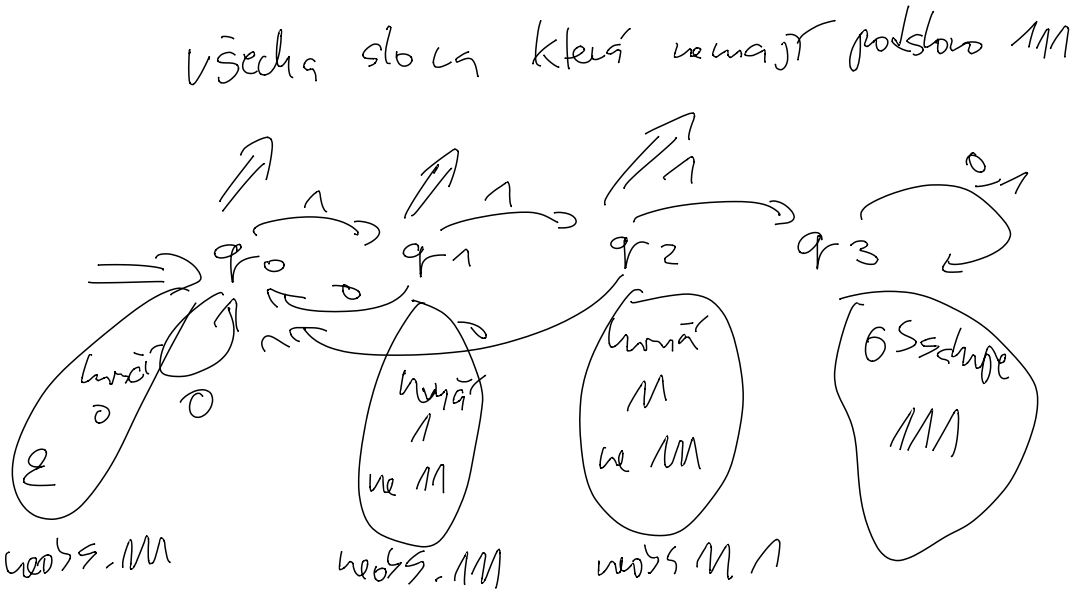
1. $\Sigma = \{a, b\}$, jazyk L obsahuje právě všechna slova, která končí b a mají délku $3k + 1$.



2. $\Sigma = \{0, 1\}$, jazyk L obsahuje právě všechna slova, která obsahují podslovo 0101.



3. $\Sigma = \{0, 1\}$, jazyk L obsahuje právě všechna slova, jejichž každé podslovo délky 3 obsahuje znak 0. (Poznámka: někdy se vyplatí přeformulovat si zadání.)



Příklad 2.4. Pomocí Nerodovy věty a pomocí pumping lemmatu dokažte, že jazyk $L = \{0^i 1^j 0^k \mid 0 \leq i < j < k\}$ není regulární.

P.L. Když L je regulární tak existuje $n \geq 1$ tak že každé slovo $w \in L$, $|w| \geq n$ je možné rozložit w na x, w, y splňující 1) $|xw| \leq n$
2) $w \neq \varepsilon$
3) $xw^i y \in L$ pro $i = 0, 1, \ldots$

Kdyby L byl regulární, tak existuje n s vlastnostmi z PL

Zvolíme (1) $w = 0^n 1^{n+1} 0^{n+2}$ Rozdělíme w na xwy

$xw = 0^\ell$

(2) $w = 0^k$ $1 \leq k \leq \ell$

(3) pro $i = 2$ je $xw^2y = 0^{n+k} 1^{n+1} 0^{n+2}$

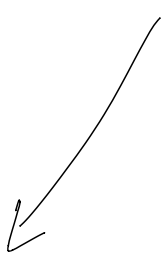
neplatí, že $n+k \not= n+1 < n+2$

$\notin L$

Nerodova věta

L je regulární iff existuje T na Σ^* takový, že

1) L je sjednocení některých tříd T
2) if uTv tak $uwTvw$ pro $\forall w \in \Sigma^*$
3) T má konečně mnoho tříd



D: kdyby existovala

$1, 1^2, 1^3, \dots 1^i, \dots 1^n \dots \quad 1^j \mid j \geq 1\}$

je nekonečná podposloupnost slov

T má nekonečně mnoho stavů

$i \neq j$ $1^i T 1^j$ zvolme $w = 0^{j+1}$

$i > j$ Pak $1^i 0^{j+1} T 1^j 0^{j+1}$ $1^j 0^{j+1} \in L$

$1^i 0^{j+1} \notin L$ protože $i \neq j+1$

L není Reg $\square$

$\lightning$

L není sjednocení

některých dvou z L

Příklad 2.5. Pro daný jazyk L navrhněte konečný automat, který tento jazyk přijímá. O automatu ukažte, že opravdu přijímá daný jazyk.

1. $\Sigma = \{a, b\}$ obsahuje právě všechna slova, která začínají a končí stejným symbolem a mají délku alespoň 2.
2. $\Sigma = \{a, b\}$, jazyk L obsahuje právě všechna slova, která začínají a končí stejným symbolem.
3. $\Sigma = \{0, 1\}$, jazyk L obsahuje právě všechna slova, jejichž každé podslovo délky 3 obsahuje aspoň dvě nuly. Pozor na slovo 11.