

Cvičení 18. a 21. listopadu 2024

Příklad 9.1. Navrhněte bezkontextové gramatiky generující následující jazyky a zdůvodněte, proč gramatika jazyk L_i generuje.

$$\text{a) } L_1 = \{0^{m+n}1^n0^m \mid 0 \leq n, m\} = L_1 = \{0^m 0^n 1^n 0^m \mid m, n \geq 0\}$$

$$S \rightarrow 0S0 \mid A$$

$$A \rightarrow 0A1 \mid \epsilon$$

$$\begin{aligned} &\text{a) } 0^m 0^n 1^n 0^m \in L(g) \\ &\quad S \xrightarrow{S \rightarrow 0S0(m)} 0^m S 0^n \xrightarrow{m \xrightarrow{S \rightarrow A} A \xrightarrow{A \rightarrow 0A1} 0^n} 0^m A 0^m \xrightarrow{(n)} 0^m 0^n A 1^n 0^m \xrightarrow{A \rightarrow \epsilon} 0^m 1^n 0^m \end{aligned}$$

$$(b) \text{ Ustáží } w \in L(g), \text{ tří } w = 0^{m+k} 1^n 0^l$$

(b) negeneruje nic navíc)

$$S \xrightarrow{*} w$$

$$A \xrightarrow{*} 0^k 1^l$$

$$S \xrightarrow{*} 0^l A 0^l \Rightarrow 0^{l+k} 1^l 0^l$$

b) $L_2 = \{0^i 1^j \mid 0 \leq i < j\}$.

$$\begin{array}{l} S \rightarrow A B | B \\ A \rightarrow 0 A 1 | \epsilon \\ B \rightarrow 1 | 1 B \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow S 1 | A 1 & S \Rightarrow S 1 | B \\ A \rightarrow 0 A 1 | \epsilon & B \rightarrow B 1 | 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} S \rightarrow 0 S 1 | S 1 | 1 \\ \downarrow j > i \\ S \xrightarrow{(i)} 0^i S 1^i \xrightarrow{(i-i-1)} 0^i S 1^{j-i-1} \not\Rightarrow \\ \xrightarrow{\quad} 0^i 1^j \\ \hline \end{array}$$

$$(h) \text{ why? } S \xrightarrow{*} N$$

$$S \xrightarrow{S \rightarrow 0 S 1^{(h)}} 0 S 1 \xrightarrow{k \quad k} \xrightarrow{S \rightarrow S 1^{(l)}} 0^h 1^{l+h-1} \xrightarrow{R(h+1) \geq h}$$

Příklad 9.2. Ke gramatice \mathcal{G} zkonstruujte nevypouštěcí gramatiku \mathcal{G}_1 , pro kterou $L(\mathcal{G}_1) = L(\mathcal{G}) - \{\varepsilon\}$. Gramatiku \mathcal{G}_1 zredukuje.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aAAb \mid bS \mid CA \\ B &\rightarrow BbA \mid CaC \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow aBB \mid bS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid A \\ A &\rightarrow aAAb \mid bS \mid b \mid CA \\ B &\rightarrow BbA \mid CaC \mid b \\ C &\rightarrow aBB \mid bS \mid b \mid aB \mid a \end{aligned}$$

Příklad 9.3. Zredukuje gramatiku \mathcal{G} , která je dána pravidly:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SA \mid SB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow bSA \mid baS \\ B &\rightarrow aB \mid Ba \mid DA \\ C &\rightarrow aCB \mid bA \\ D &\rightarrow AB \end{aligned}$$

$$(1) \quad V = \{A \mid A \Rightarrow^* M, M \in \Sigma^*\}$$

$$G_1 = (V, \Sigma, S, P_1) \quad P_1 \text{ jsou pravidla obsahující jen významné } V$$

$$(2) \quad V = \{A \mid A \Rightarrow^* G_1 \wedge S \in P\} \quad S \Rightarrow^* \varepsilon S \varepsilon$$

$$G_R = (V, \Sigma, S, P_R)$$

$$V_1 = \{A \mid A \Rightarrow^* M \in P, M \in \Sigma^*\}$$

$$V_1 = \{S\} \quad V_2 = V_1 \cup \{A \mid A \Rightarrow^* \varepsilon \in P, \varepsilon \in (\Sigma \cup V_1)^*\}$$

$$S \Rightarrow^* \varepsilon \quad V_2 = \{S\} \cup \{A \mid A \Rightarrow^* \varepsilon\}$$

$$A \Rightarrow^* \varepsilon$$

$$V_3 = V_2 \cup \{A \mid A \Rightarrow^* \varepsilon \in P, \varepsilon \in (\Sigma \cup V_2)^*\}$$

$$1) V = \{A \mid A \Rightarrow^* w, w \in \Sigma^*\} = \{S, A, C\}$$

$$G_n \left| \begin{array}{l} S \rightarrow SA | \epsilon \\ A \rightarrow hSA | haS \\ C \rightarrow hA \end{array} \right.$$

$$2) V = \{A \mid S \Rightarrow^* AAB\} \quad \left| \begin{array}{l} q_0 \quad V_0 = \{\epsilon\} \\ q_1 \quad V_1 = \{S\} \\ q_2 \quad V_2 = \{SA\} \\ q_3 \quad S \rightarrow SA | \epsilon \\ q_4 \quad A \rightarrow hSA | haS \end{array} \right.$$

$$\text{hoch } 2: \quad V = \{A \mid S \Rightarrow^* AAB\}$$

$$V_0 = \{\epsilon\} \quad V_1 = \{S, A, B, D\} = V$$

$$\left| \begin{array}{l} S \rightarrow SA | SB | \epsilon \\ A \rightarrow hSA | haS \\ B \rightarrow qB | Ba | Da \\ D \rightarrow BA \end{array} \right.$$

Příklad 9.4. Rozhodněte, zda gramatika \mathcal{G} generuje aspoň jedno slovo, tj. zda $L(\mathcal{G}) \neq \emptyset$, kde \mathcal{G} je dána pravidly:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid AB \mid CD \\ A &\rightarrow aDb \mid AD \mid BC \\ B &\rightarrow bSb \mid BB \\ C &\rightarrow BA \mid ASb \\ D &\rightarrow ABCD \mid \epsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1 = \{\text{D}\} \\ V_2 = \{\text{D}, \text{A}\} \not\models S \Rightarrow L(g) = \emptyset \end{aligned}$$

$$A \rightarrow BC \quad A \rightarrow a \quad a \in \Sigma \quad A, B, C \in N \quad L(g_1) = L(g) \setminus \{\epsilon\}$$

Příklad 9.5. Je dána CF gramatika $\mathcal{G} = (N, \Sigma, S, P)$, kde $N = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$ a P je

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid 0SA \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow 1A \mid B1 \mid 1 \\ B &\rightarrow 0B \mid 0 \end{aligned}$$

Převeďte \mathcal{G} do Chomského normálního tvaru.

vyhovující neupravená gramatika

$$V = \{S\}$$

$$S \rightarrow A \mid 0SA \mid 0A$$

$$A \rightarrow 1A \mid B1 \mid 1$$

$$B \rightarrow 0B \mid 0$$

$$2) \text{ odstraněme } S \rightarrow A$$

$$S \rightarrow 1A \mid B1 \mid 1 \mid 0SA \mid 0A$$

$$A \rightarrow 1A \mid B1 \mid 1$$

$$B \rightarrow 0B \mid 0$$

3 odstraněme

$$S \rightarrow 0SA$$

$$S \rightarrow 1A \mid B1 \mid 1 \mid 0C \mid 0A$$

$$A \rightarrow 1A \mid B1 \mid 1$$

$$B \rightarrow 0B \mid 0$$

$$4) \quad \begin{array}{l} x_0 \rightarrow 0 \\ x_1 \rightarrow 1 \end{array}$$

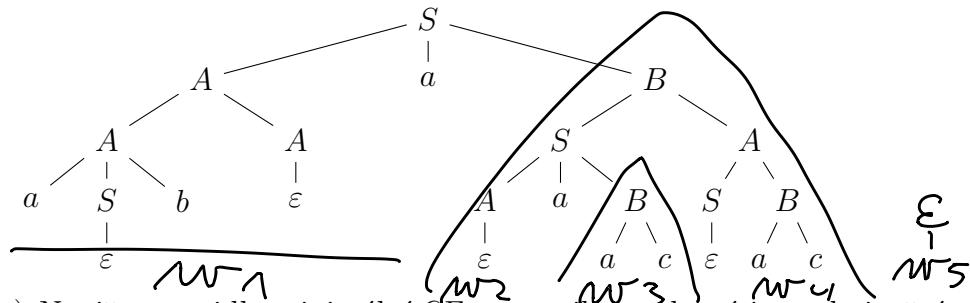
$$S \rightarrow x_0A \mid Bx_1 \mid 1 \mid x_0 \mid x_1$$

$$A \rightarrow x_1A \mid Bx_1 \mid 1$$

$$B \rightarrow x_0B \mid 0$$

$$C \rightarrow SA$$

Příklad 9.6. Je dán derivační strom v bezkontextové gramatice:



- Napište pravidla minimální CF gramatiky, ve které je to derivační strom.
- Napište levou derivaci odpovídající tomuto derivačnímu stromu.
- Rozložte výsledek derivačního stromu w na pět částí $w = w_1w_2w_3w_4w_5$ tak, že $w_2w_4 \neq \epsilon$ a slovo $w_1w_2^2w_3w_4^2w_5$ je také generované gramatikou z bodu a).
- Rozhodněte, zda je gramatika víceznačná.

Výsledek stromu: a b a a c a c

a) $S \rightarrow A B | a | \epsilon$
 $A \rightarrow A A (a S b | S B | \epsilon)$
 $B \rightarrow a c | S A$

$w_1 = ab$

$w_2 = a$

$w_3 = ac$

$w_4 = ac$

$w_5 = \epsilon$

