Ukázka 1. testu z předmětu B4B01JAG

Odpovídejte celou větou (na každou otázku) a každé své tvrzení řádně zdůvodněte. Maximální zisk je 20 bodů, k úspěchu je třeba zisk alespoň 8 bodů.

1. [Max. zisk: 7 bodů]
   (a) [Max. zisk: 3 body] Nakreslete stavový diagram deterministického automatu přijímajícího jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$, kde
   $$L = \{u\,;\, |u|_1 = 3k + 2, k \geq 0 \text{ a obsahuje } 0\}.$$
   (b) [Max. zisk: 4 body] Zdůvodněte, že DFA zkonstruovaný v (a) opravdu přijímá jazyk L.
2. [Max. zisk: 8 bodů] Je dán nedeterministický automat s ε přechody tabulkou

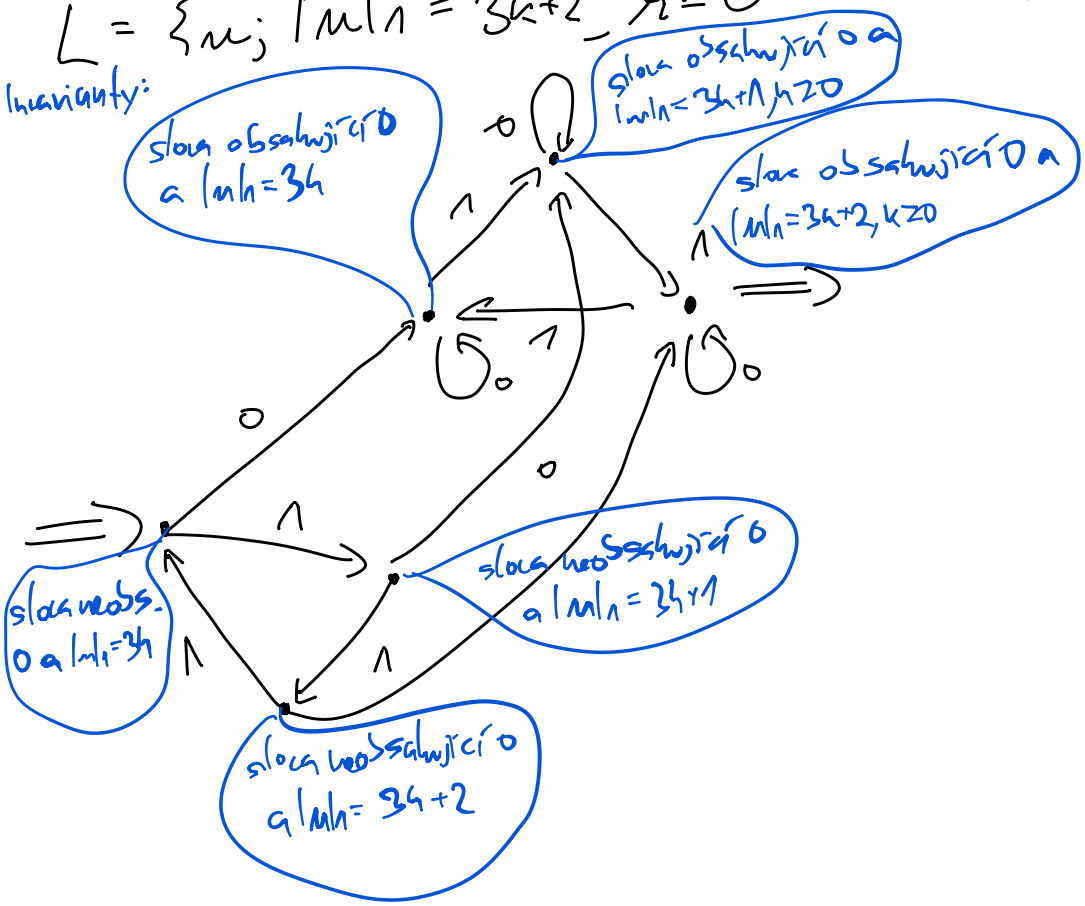
		ε	a	b
$\rightarrow$	1	$\emptyset$	$\{3,5\}$	$\{4\}$
	2	$\emptyset$	$\{5\}$	$\{2\}$
$\rightarrow$	3	$\{6\}$	$\{2,4\}$	$\{1,5\}$
	4	$\emptyset$	$\{5\}$	$\{4\}$
$\leftarrow$	5	$\{4\}$	$\emptyset$	$\{4\}$
	6	$\emptyset$	$\{5\}$	$\{2,4\}$

   (a) [Max. zisk: 1 bod] Nakreslete stavový diagram tohoto ε-NFA.
   (b) [Max. zisk: 3 body] Podmnožinovou konstrukcí zkonstruujte příslušný DFA.
   (c) [Max. zisk: 4 body] K DFA z bodu b) sestrojte redukovaný DFA a nakreslete jeho stavový diagram.
3. [Max. zisk: 5 bodů] Dokažte, že jazyk $L = \{0^k 1^j 0\,;\, 0 \leq k \leq j\}$ nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$ není regulární. (Tvrzení, které budete využívat, formulujte.)

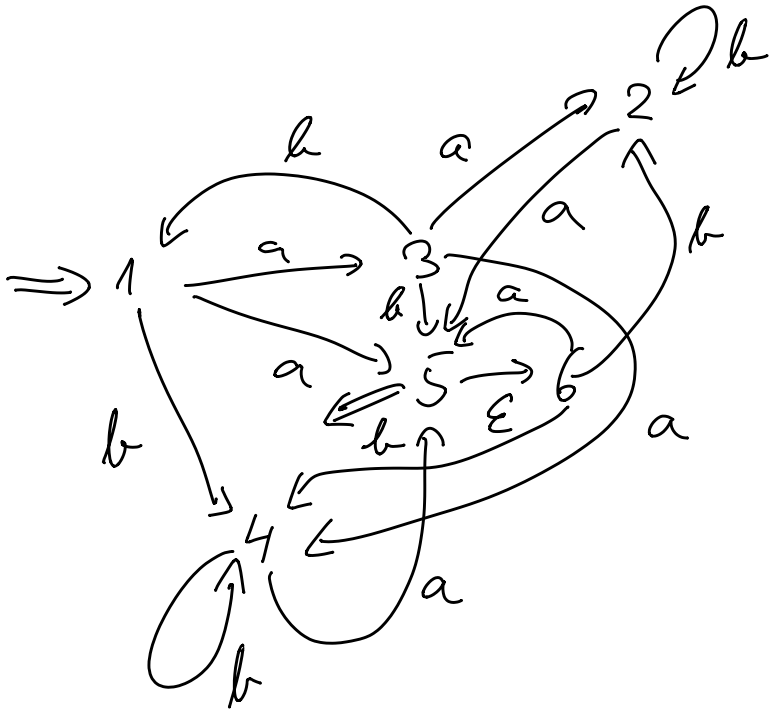
Pište na samostatné papíry formátu A4. Na každý list napište čitelně jméno a příjmení.

(1) $\Sigma = \{0,1\}$

$L = \{w;\ |w|_1 = 3k+2,\ k \geq 0$ a obsahuje $0\}$



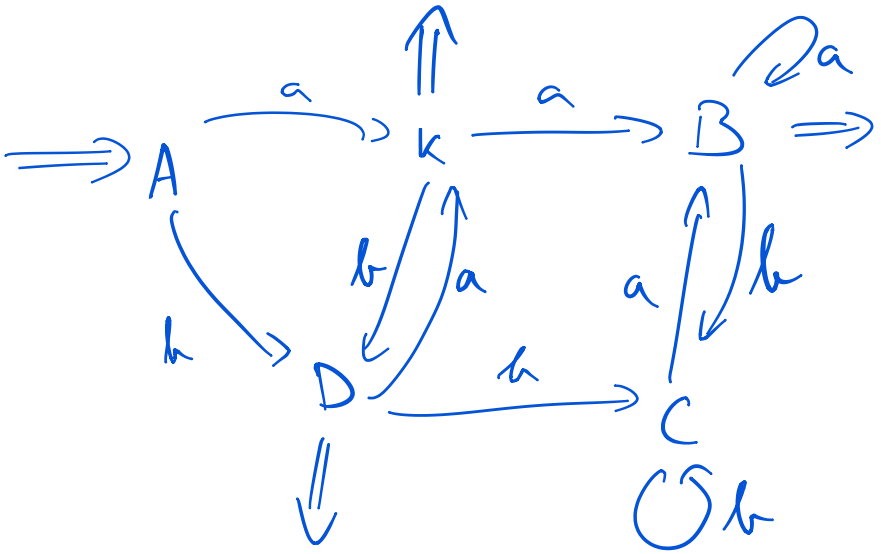
(2)



$\varepsilon\text{-uz}(3) = \{3, 6\}$

$\varepsilon\text{-uz}(5) = \{5, 4\}$

	a	b	N_0	a	b	N_1	a	b	N_2	a	b	$N_3 = N_2$
⇒ 136	2356	1245	0	K	K	A	K	B	A	K	D	
⇐ 2356	245	1245	K	K	K	K	B	B	K	B	D	
⇐ 1245	3456	24	K	K	B	B	K	C	D	K	C	
⇐ 245	45	24	K	K	B	B	C	B	B	C		
⇐ 3456	245	1245	K	K	K	K	B	B	K	B	D	
24	45	24	B	K	B	C	B	C	C	B	C	
⇐ 45	45	4	K	K	B	B	B	C	B	B	C	
4	45	4	B	K	B	C	B	C	C			



(3) Dokažte že jazyk $L = \{0^k 1^j 0 ; 0 \le k \le j\}$ nad abecedou $\Sigma = \{0,1\}$ není regulární.

(i) Nevodonou větou

Pokud by L byl regulární, musela by existovat ekvivalence T, pro kterou platí:

(1) L je sjednocením některých tříd ekvivalence T

(2) jestliže pro nějaké $u, v \in \Sigma^*$ platí uTv, pak pro každé $w \in \Sigma^*$ platí $uwTvw$

(3) T má nejvýše konečně mnoho tříd ekvivalence

Existuje nekonečná posloupnost

$$0, 0^2, 0^3, \dots 0^B, \dots 0^A \qquad 0^A T 0^B \qquad B < A$$

$$A < B$$

potom $\underbrace{0^B 1^B 0}_{\in L}$ T $\underbrace{0^A 1^B 0}_{\notin L}$

potom $\exists a, \exists b$ takové, že

$a = b$, $a > b$ uTv

$u = 0^a$
$v = 0^b$ $\quad 0^a T 0^b$: z (1 a 3)

podle (2) platí i

$uwTvw$ $\quad w = 1^b 0$

$0^a 1^b 0 \; T \; 0^b 1^b 0$, $\quad 0^b 1^b 0$ je v L, jelikož platí $b \le b$

$0^a 1^b 0$ není v L, jelikož $b \neq a$ ~~platí~~ ↯

L není regulární

Je dán jazyk $L = \{1^k 0^l 1^k, l<k\}$ $\Sigma = \{0,1\}$

Je-li jazyk L regulární, musela by existovat ekvivalence T

pro kterou by platilo:

(1) L je sjednocením některých tříd ekvivalence T

(2) jestliže pro nějaké $u, v \in \Sigma^*$ platí uTv,

pak pro každé $w \in \Sigma^*$ platí $uwTvw$.

(3) T má (pouze) konečně mnoho tříd ekvivalence

Mějme nekonečnou posloupnost:

$$1, 1^2, \ldots 1^i \ldots 1^n \quad (1^j, j \geq 1)$$

Poté musí určitě platit, že $\exists i, \exists j$, přičemž $i \neq j$, $j > i$

pro které platí $1^i T 1^j$ $u = 1^i$, $v = 1^j$ $v = 0^l 1^i$ $l < i$

poté také $1^i 0^l 1^i T 1^j 0^l 1^i$ pro nějaké $l < i$

poté $1^i 0^l 1^i \in L$, protože $l < i$ a $i = i$

ale $1^j 0^l 1^i \notin L$, protože $j \neq i$ ↯

jazyk L není regulární

$L = \{1^n 0^k 1^{n+3}, k > 0, n \geq 0\}$ $\Sigma = \{0, 1\}$

$1, 1^2, \ldots 1^i, 1^n \quad (1^j, j \geq 1)$

$u = 1^i$ $w = 0^k 1^{i+3}$, pokud $k > 0$
$v = 1^j$ $i \neq j$ $j > i$

$1^i T 1^j$, $\underbrace{1^i 0^k 1^{i+3}}_{\in L} T \underbrace{1^j 0^k 1^{j+3}}_{\notin L}$

$j \neq j+3$

$j < j+3 > i+3$ → long romost