Část první

Jazyk predikátové logiky $\mathcal{L}$ je dán následující volbou symbolů

$$Pred = \{R\} \qquad ar(R) = 2$$

$$Func = \{f\} \qquad ar(f) = 1$$

Interpretace I jazyka $\mathcal{L}$ je dána následovně

$$U = \mathbb{Z}$$

$$[\![R]\!] = \{(m,n) \in \mathbb{Z}^2 \mid m + n \leq 0\}$$

$$[\![f]\!] : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$$

$$n \longmapsto |n|$$

Úloha 1. Formule φ je definována jako $\forall x \exists y R(x,y)$. Ověřte pravdivost sentence φ

Úloha 2. Nechť seznam deklarovaných proměnných je $D = (x)$ a formuli ψ definujeme jako $\exists y R(f(x), y)$. Spočtěte význam formule ψ, tedy nalezněte $[\![\psi]\!]_D$

Skenováno pomocí CamScanner

Část Druhá

Úloha 3 Nalezněte alespoň šířprokový mod množiny sentencí

$$\{\forall x \exists y\, R(x,y),\ \forall y \exists x\, R(x,y),\ \exists x \exists y (\neg(x=y) \wedge \neg R(x,y))\}$$

Úloha 4 Přirozenou dedukcí dokažte následující:

$$\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)),\ \forall x (S(x) \Rightarrow \neg Q(x)),\ \forall x (P(x) \vee S(x)) \vdash \forall x (\neg Q(x) \Rightarrow S(x))$$

Skenováno pomocí CamScanner

$U = \mathbb{Z}$

$[\![R]\!] = \{(m,n) \in \mathbb{Z}^2 \mid m \cdot n = 0\}$

$[\![f]\!] : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$

$n \mapsto -n$

$[\![g]\!] : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}$

$(m,n) \to m - n$

$[\![a]\!] = 5$

(1) $\varphi = \forall x \exists y \left(g(x,y) = f(g(x,y)) \right)$

$\mathcal{I} \models \varphi$?

(2) $D = (x)$

$\psi = \exists y \, R(x,y)$

$[\![\psi]\!]_D$?

(3) min 3 p.v. model:

$\{ \forall x \exists y \left(\neg(x = y) \wedge R(x,y) \right),$

$\neg \exists x \exists y \left(R(x,y) \wedge R(y,x) \right),$

$\forall x \forall y \left(R(x,y) \Rightarrow \exists z \, R(x,z) \right) \}$

(4) $\forall x \left(\neg M(x) \vee R(x,x) \right) \vdash$

$\forall x \left(M(x) \Rightarrow \exists x \, R(x,y) \right)$

Skenováno pomocí CamScanner