

Cvičení 2

Úloha 1. Určete definiční obor reálných funkcí, kde funkční hodnota v bodě $x \in \mathbb{R}$ je dána předpisem:

$$\begin{aligned} f_1(x) &:= \frac{(x+1)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x-4)} & f_4(x) &:= \arcsin \sqrt{\frac{2x+1}{2}} \\ f_2(x) &:= \sqrt{x^2-1} - 2\sqrt{1-x} + \sqrt{x^2+1} & f_5(x) &:= \ln |\sin x| \\ f_3(x) &:= \log(1 - \log(x^2 - 5x + 16)) & f_6(x) &:= (\operatorname{arctg}(x+1))^{-\frac{1}{x}} \end{aligned}$$

Úloha 2. Dokažte nebo vyvráťte, že funkce dané následujícími předpisy jsou sudé/liché:

$$f(x) := \ln(x^2 + \sqrt{x^2+1}), \quad g(x) := \ln(x + \sqrt{x^2+1}).$$

Úloha 3. Doplňte následující tabulku (S = daná funkce je sudá, L = daná funkce je lichá, N = nelze obecně rozhodnout).

f	g	$f+g$	$f \cdot g$	$f \circ g$
S	S			
L	L			
S	L			
L	S			

Úloha 4.

(a) Najděte základní periodu funkcí daných těmito předpisy. Mají společnou periodu? Pokud ano, jakou?

$$f(x) := \sin\left(\frac{5\pi+9}{12}\right), \quad g(x) := \cos\left(\frac{2\pi}{35} - 11\right).$$

(b) Necht funkce u má periodu $p > 0$. Jakou periodu má funkce daná předpisem

$$v(x) := u(ax+b),$$

kde $a, b \in \mathbb{R}$?

Úloha 5. Uvažujte posloupnosti, jejichž člen a_n (pro $n \in \mathbb{N}$) má tvar

$$(a) \ n^2 + 13n + 7, \quad (b) \ \frac{n-10}{n^2}, \quad (c) \ \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, \quad (d) \ n((-1)^{2n} - (-1)^n).$$

- (i) Rozhodněte, zda jsou tyto posloupnosti omezené shora, zdola nebo oboustranně.
(ii) Rozhodněte, zda jsou tyto posloupnosti monotonní alespoň od nějakého indexu n_0 .
Odpovědi zdůvodněte.