

Cvičení 5

Úloha 1. Spočítejte následující limity nebo ukažte, že neexistují. Existují-li alespoň jednostranné limity, najděte ty. Uvádějte zdůvodnění.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x + \cos(x^2)$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} ax + x \cos x, \quad a \in \mathbb{R}$

Úloha 2. Určete definiční obor funkcí daných následujícími předpisy a jejich (jednostranné) limity v krajních bodech definičního oboru. Uvádějte zdůvodnění. (Někdy je nutné použít Větu o limitě složené funkce).

$$f_1(x) := \arcsin\left(\frac{1-x}{1+x}\right), \quad f_2(x) := \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}, \quad f_3(x) := \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{1}{x-3}}.$$

Úloha 3. Spočítejte následující limity nebo ukažte, že neexistují. Existují-li alespoň jednostranné limity, najděte ty. Uvádějte zdůvodnění.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{\ln x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg}(x-2)}{e^x - e^2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(\sin x)}{e^x - 1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg}^2 x} - 1}{\sin(x^2)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{tg}(x-5)}{(x-5)^2}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{ax^b} - 1}{x}, \quad a, b \in \mathbb{R}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-3x}}{e^{\frac{x}{3}} - 1}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\operatorname{arctg}(\sqrt{2x+1} - 3)}{x-4}$

Úloha 4. Spočítejte následující limity nebo ukažte, že neexistují. Existují-li alespoň jednostranné limity, najděte ty. Uvádějte zdůvodnění.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{3x-1}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2-2}{4-x}\right)^{\frac{1}{x^2-3x+2}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4^x+1}{4^x-1}\right)^{\frac{2^{2x+1}-1}{3^{x+5}}}$