

Cvičení 6

Úloha 1. Spočítejte následující limity nebo ukažte, že neexistují. Existují-li alespoň jednostranné limity, najděte ty. Uvádějte zdůvodnění.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{3x-1} \right)^{\frac{1}{x-1}} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2-2}{4-x} \right)^{\frac{1}{x^2-3x+2}} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4^x+1}{4^x-1} \right)^{\frac{2^{2x+1}-1}{3^x+5}}$$

Úloha 2. Má-li $f(x)$ daný tvar, najděte derivaci $f'(x)$. Uvádějte vždy, pro jaká x je získaný výraz hodnotou derivace původní funkce. V zadání jsou parametry $n \in \mathbb{N}_0$, $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$.

$$\begin{array}{lll} (a) 2x^4 + 3x^2 - x + 4 & (b) \sum_{j=0}^n a_j x^j & (c) \frac{1}{x^3} + 7\sqrt[5]{x} \\ (d) \frac{1}{\sqrt[4]{x+1}} & (e) 3e^{2x} - \cos 6x & (f) \sinh x \\ (g) \cosh x & (h) \sqrt[4]{x^3} \sin x & (i) e^{4x-7} \cos 2x \\ (j) \frac{3x+2}{2x-1} & (k) \frac{\sin x}{\sin 2x} & (l) \frac{e^{x^2}}{\cos(2x+\pi)} \\ (m) \operatorname{tg} x & (n) \operatorname{cotg} x & (o) \operatorname{arctg} x \\ (p) \ln \operatorname{arctg} x & (q) \sin \ln(x^3+1) & (r) \sqrt{x^2+1} \\ (s) \ln \ln \sin x & (t) x^x & (u) \sqrt[x-3]{x^2+5} \\ (v) (\sin x)^x & (w) (\operatorname{arctg}(x^4+9))^{\ln x} & (x) a^{a^x} + a^{x^a} + x^{a^a}, \quad a > 0 \end{array}$$