Cvičení 8

Úloha 1.

(a) Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce $x \mapsto x^3 + 2x + 1$ v bodě $(4, ?)$.

(b) Určete bod na grafu funkce $x \mapsto e^x$, v němž je tečna ke grafu rovnoběžná s přímkou danou rovnicí $3x - 4y + 5 = 0$.

(c) Najděte všechny body na grafu funkce $x \mapsto x^2 - x + 9$ takové, že tečna ke grafu vedená těmito body prochází počátkem.

Úloha 2.

(a) Najděte Taylorův polynom funkce kosinus řádu n o středu 0. Určete pomocí věty o Lagrangeově tvaru zbytku hodnotu čísla $\cos \frac{1}{5}$ s chybou menší než 0,001.

(b) Najděte Taylorův polynom exponenciální funkce řádu n o středu 0. Určete pomocí věty o Lagrangeově tvaru zbytku hodnotu čísla e s chybou menší než 0,001. Použijte odhad $e \leq 3$.

Úloha 3.

(a) Do kruhu o poloměru r vepište obdélník maximálního obsahu.

(b) Najděte kvádr o daném objemu V se čtvercovou podstavou, který má minimální obsah povrchu.

(c) Při opakovaném měření jisté veličiny jsme získali hodnoty $x_1, \dots, x_n$. Určete nejlepší odhad hodnoty x měřené veličiny, tedy takový, pro který je hodnota

$$\sum_{j=1}^{n} (x - x_j)^2 = (x - x_1)^2 + \cdots + (x - x_n)^2$$

nejmenší.

(d) Určete rozměry válcové nádoby (s víkem, bez víka), která má při daném povrchu S největší objem.

(e) Určete rozměry krabičky bez víka, která má maximální objem a lze ji složit ze čtvercového archu papíru.