

**Cvičení 12**

**Úloha 1.** Najděte následující určité integrály. Některé příklady vyžadují inverzní substituce.

(a)  $\int_0^2 x^3 \cosh(x^2 + 1) \, dx$

(b)  $\int_{\ln \pi}^{\ln 2\pi} e^{x-1} \sin(e^x) \, dx$

(c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x + 2}{\cos x + \cos x \sin x} \, dx$

(d)  $\int_{-\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{3x}}{4e^x - 1} \, dx$

(e)  $\int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} \, dx$

(f)  $\int_2^5 \sqrt{x^2 - 4} \, dx$

(g)  $\int_1^3 \frac{2 + \sqrt{x+2}}{1 + \sqrt{x+2}} \, dx$

(h)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} \, dx$

**Úloha 2.** Najděte následující určité integrály. V některých případech lze použít různé geometrické triky. Číslo  $r > 0$  je parametr.

(a)  $\int_{-r}^r \left( e^{-2x} + \sin^{13}(x^5 + \operatorname{arctg} x^7) \right) \, dx$

(b)  $\int_0^3 2^{|x^2 - 3x + 2|} (2x - 3) \, dx$

(c)  $\int_{-\frac{r\sqrt{2}}{2}}^{\frac{r\sqrt{2}}{2}} (\sqrt{r^2 - x^2} - |x|) \, dx$

(d)  $\int_0^r \chi_{[1,2]}(x) \cos x \, dx$

**Úloha 3.** Najděte následující zobecněné Riemannovy (nevlastní) integrály, nebo zdůvodněte, proč neexistují.

(a)  $\int_{10}^{\infty} \frac{1}{(x-5)(x-7)} \, dx$

(b)  $\int_{-1}^2 \frac{1}{x^3} \, dx$

(c)  $\int_0^{\infty} \frac{x}{3^x} \, dx$

(d)  $\int_0^{\infty} x \sin x \, dx$

(e)  $\int_{-\infty}^{\infty} \min\{|x^3|, x^{-2}\} \, dx$

(f)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 + 1} \, dx$