

Cvičení 13

Úloha 1. Rozhodněte, zda následující řady absolutně konvergují.

- | | | |
|---|---|--|
| (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 3n}{n^2}$ | (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n + 1}{(n^2 + 1)^2}$ | (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n + 2n}{\cos \sqrt{n} - n^3}$ |
| (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+2} \right)$ | (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 - 1} - n}{n}$ | (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[3]{n^4 + 1} - \sqrt[3]{n^4 - 1} \right)$ |
| (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2 + 1}$ | (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left(\ln \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right)$ | (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sinh \frac{n}{n^2 - 2}$ |
| (j) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \left(\frac{3n^2 + 7}{7n^3 + 2} \right)$ | (k) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(e^{\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 + 1}} - 1 \right)$ | (l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{3} - 1}{\sqrt[3]{n}}$ |

Úloha 2. Určete, pro jaké hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ následující řady konvergují.

- | | | |
|--|---|--|
| (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^a n}$ | (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos n^a)$ | (c) $\sum_{n=1}^{\infty} n^a \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right) - \frac{1}{n} \right)$ |
| (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n^a + 1} - \sqrt{n^a - 1} \right)$ | (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{3^{2n+1} + n}$ | (f) $\sum_{n=1}^{\infty} n^a \ln \frac{n+1}{n}$ |
| (g) $\sum_{n=1}^{\infty} n^a \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{n} \right)$ | (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^{n+2} + n^a}$ | (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^a}$ |

Úloha 3. Rozhodněte, zda následující řady absolutně konvergují.

- | | | |
|---|---|--|
| (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ | (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n + (-1)^n}{n!}$ | (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n + n}{2^n + 10}$ |
| (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n! + 10n}$ | (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + n^5}{n^4 + 5^n}$ | (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sinh n}{3^n}$ |
| (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n} \right)^{n^2}$ | (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^n$ | (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+4} \right)^{n^2}$ |
| (j) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{2+n}$ | (k) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{\frac{3n^2 + 1}{5n^2}}$ | (l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^n}{n^{2n}}$ |
| (m) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^{10} + 10 \cdot 4^n}{n! - \pi^n}$ | (n) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n}} \right)^{\sqrt{n^3}}$ | (o) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 2} \right)^{n^4}$ |

Úloha 4 (těžká). Rozhodněte, zda následující řady absolutně konvergují.

- | | | |
|--|---|---|
| (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \arcsin \frac{n-1}{n} \right)$ | (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n \right)$ | (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n^2 \right)$ |
|--|---|---|