

MA1

27. května 2020

1. Najděte limitu v krajních bodech definičního oboru funkce

$$f(x) = \frac{3^x - 1}{x - 1}$$

$$D(f) = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x) = \pm \infty$$

2. Určete monotonii funkce a její lokální extrémy

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

Klesá $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$, roste $(1, +\infty)$

3. Spočtěte

$$\int_0^\pi (8x - 5) \sin(2x) dx = -4\pi$$

4. Spočtěte

$$\int \frac{1}{x(\ln^2 x - 4 \ln x + 5)} dx = \arctg(\ln x - 2) + C$$

5. Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3 \cdot (-1)^k}{k^2 + 3k + 2}$$

Konverguje absolutně integrální kritérium

6. Určete obsah plochy ohraničenou funkcemi $\arcsin x$, $\arccos x$ a osou y

Řešení:

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \arccos(x) dx - \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \arcsin(x) dx$$

nebo:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$$

$$\arccos x = \arcsin x \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 + \frac{\pi - 4}{4\sqrt{2}} - \frac{4 + \pi}{4\sqrt{2}} = 2 - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \approx 0,5857864 \dots$$

