Rozhodněte o pravdivosti tvrzení.

- [ ] Nechť $X = \{\mathbf{x} \in R^n | \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}\}$ je neprázdný konvexní polyedr, kde $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$. Potom X má nejvýše m extremálních bodů.
- [ ] Každá neprázdná uzavřená konvexní množina má alespoň jeden extremální bod.
- [ ] Neobsahuje-li neprázdná konvexní množina přímku, pak má extremální bod.
- [x] Pro $n \geq 2$ má množina $\{\mathbf{x} \in R^n | \|\mathbf{x}\|_2 \leq 1\}$ nekonečně mnoho extremálních bodů.
- [x] Je-li $X \neq \emptyset$ omezený konvexní polyedr, pak má X alespoň jeden extremální bod.

Označme jako $X = \{\mathbf{x} \in R^n | \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}\}$ neprázdný konvexní polyedr a jako $f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$ libovolnou lin. fu $\mathbf{x} \in R^n$. Platí:

- ( ) Úloha lineárního programování $\mathbf{min}\{f(\mathbf{x}) | x \in X\}$ má optimální řešení, jen pokud X neobsahuje přímk
- ( ) Funkce f nabývá na množině X minima nebo maxima.
- ( ) Pokud je $\mathbf{y}$ optimální řešení úlohy $\mathbf{min}\{f(\mathbf{x}) | x \in X\}$, pak se $\mathbf{y}$ nachází na nějaké hraně polyedru X.
- (•) Jsou-li $\mathbf{y}$ a $\mathbf{z}$ dvě různá optimální řešení úlohy $\mathbf{min}\{f(\mathbf{x}) | x \in X\}$, pak i jejich libovolná konvexní kombi optimálním řešením té samé úlohy.
- ( ) Úloha lineárního programování $\mathbf{min}\{f(\mathbf{x}) | x \in X\}$ má vždy optimální řešení a to se nachází v nějakém polyedru X.

Konvexní obal bodů $(1, 2, 0), (2, 0, 1), (0, 2, 1)$ je

- [ ] množina stejné dimenze jako nezáporný obal těchto bodů
- [x] trojúhelník ležící v rovině dané rovnicí $x + y + z = 3$
- [x] konvexní množina mající 3 extremální body
- [x] množina, která je řešením nějaké soustavy lineárních nerovnic
- [x] konvexní polyedr dimenze 2

Konvexní polyedr X v R^2 je určen nerovnicemi $2x_1 + x_2 \geq 2$, $-3x_1 + 2x_2 \leq 6$, $x_1 + x_2 \leq 4$, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq$

- [x] X má 5 faset.
- [ ] X obsahuje přímku.
- [x] X má 5 hran.
- [ ] Lineární funkce $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$ má na množině X více než jeden bod globálního minima.
- [x] X má 5 vrcholů.

Uvažujme množinu X definovanou jako nezáporný obal vektorů, které vzniknou z vektoru $(0, 1, 2)$ všemi permutacemi jeho souřadnic. Platí:

- [ ] X má jeden vrchol a 4 fasety
- [x] X má jeden vrchol a 6 hran
- [x] X je konvexní kužel
- [ ] X je konvexní polyedr dimenze 3, který má 6 extremálních bodů
- [ ] Lineární funkce $f(x_1, x_2, x_3) = \|(x_1, x_2, x_3)\|_1$ nabývá na X maxima