

B0B01PST Pravděpodobnost a statistika - zkouškový test 16.6.2022 (přednášející HELISOVÁ, cvičící BECK / KORBELÁŘ)

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 52 bodů)

Firma má oddělení A, B, C a D. IT podpora řeší ve firmě průměrně 12 problémů denně. Problémy nastávají v jednotlivých odděleních v poměru 2:2:1:1. Problemy mohou být jak na hardwaru, tak na softwaru, přičemž hardwaru se týká v oddělení A 40% problémů, v oddělení B 30% problémů, v oddělení C také 30% problémů a v oddělení D 10% problémů, všechny ostatní problémy se týkají softwaru. Problemy přicházejí vzájemně nezávisle na sobě. Spočtěte pravděpodobnost, že

- příští problém, který ve firmě nastane, bude na softwaru, (5 bodů)
- příští problém, který nastane na softwaru, bude v oddělení C, (5 bodů)
- v oddělení A zítra zažijí bezproblémový den, (7 bodů)
- v oddělení D dojde během půldne alespoň ke dvěma problémům, (7 bodů)
- v oddělení D dojde během půldne alespoň ke dvěma problémům, přičemž žádný se nebude týkat hardwaru, (7 bodů)
- nejpozději pátý problém, který ve firmě nastane, bude v oddělení B, (7 bodů)
- mezi prvními pěti problémy jsou alespoň dva v oddělení B, (7 bodů)
- mezi prvními 50 problémy je jich alespoň 20 v oddělení B. (Řešte pomocí CLV; 7 bodů)

Úloha 2. (celkem 32 bodů)

U silnice prodává farmář jahody, meruňky a třešně. Od rána zaznamenal 24 zájemců o jahody, 12 zájemců o meruňky a 18 zájemců o třešně. Meruňky a třešně se prodávají na váhu, zatímco jahody jsou již předchystané v košíčích po 500 gramech (dle tvrzení farmáře). K farmáři přijela kontrola, která zvážila 13 náhodně vybraných košíků jahod. Naměřené hmotnosti (v gramech) jsou uvedeny v následující tabulce:

505.5	485.7	482.6	494.9	489.8	497.7	503.2	496.6	500.9	497.2	508.9	489.0	491.5
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- Nakreslete histogram dat popisujících hmotnost náhodně vybraného košíku jahod a odhadněte, jaké mají tato data rozdělení. (5 bodů)
- Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední hmotnost košíku jahod je 500 g, proti alternativní hypotéze

- (i) oboustranné,
- (ii) vhodně zvolené jednostranné.

(Hint: $\sum x_i = 6443.5$, $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 730$; 10 bodů)

- c) Předpokládejme (bez ohledu na výsledek b)), že skutečná střední hmotnost košíku jahod je 500 g a rozptyl je 64 (g^2). Spočtěte pravděpodobnost, že hmotnost náhodně vybraného košíku jahod je maximálně 490 g. (7 bodů)
 - d) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou
 - (i) všechny tři druhy ovoce,
 - (ii) jahody a meruňky stejně oblíbené. (10 bodů)
- (Pozn.: V části (ii) do testu nijak nezahrnujte zákazníky kupující třešně.)

Úloha 3. (celkem 8 bodů)

Pro Markovský řetězec s diskrétním časem se čtyřmi stavami 1, 2, 3 a 4 a maticí pravděpodobností přechodu

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & a+b & 0 & 0 \\ a & 0 & b & 0 \\ 0 & 9a & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

určete konstanty a , b a najděte stacionární rozdělení.

Úloha 4. (celkem 8 bodů)

Stěhovací vozík se pohybuje mezi nakládacím a vykládacím stanovištěm. Stanoviště jsou od sebe vzdálená 100 m. Cesta mezi nakládacím a vykládacím stanovištěm trvá vozíku 2 minuty (tj. z nakládacího do vykládacího stanoviště jede 2 minuty a z vykládacího do nakládacího stanoviště jede také 2 minuty). Vozík se pohybuje konstantní rychlostí v celém úseku. Naložení vozíku trvá 2 minuty, vyložení 4 minuty. Sestrojte distribuční funkci náhodné veličiny X popisující vzdálenost vozíku od nakládacího stanoviště.