RPZ 2. června 2008

Jméno:

1. (5 bodů) Popište algoritmus shlukování metodou k-průměrů (k-means). Dokažte (naznačte důkaz), že metoda konverguje do lokálního minima kriteriální funkce (2 body). Jak lze metodu k-means zobecnit (3 body)?

2. Nalezněte optimální strategie pro následující statistický model: objekty jsou ze dvou tříd $k \in \{1, 2\}$ se stejnou apriorní pravděpodobností. Pozorujeme realné číslo $x \in (0, 1)$. Podmíněná pravděpodobnost $P(x|1) = 2x$ a $P(x|2) = x^2 + 2/3$.

   - (2 body) Jaká je optimální strategie z hlediska minimalizace střední ztráty v případě, ze množina rozhodnutí je $d \in \{1, 2\}$ a ztrátová matice
   $$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} .$$
   (Minimalizace počtu chyb) .
   - (1 bod) Jaká je optimální strategie v případě, ze množina rozhodnutí je $d \in \{1, 2\}$ a ztrátová matice
   $$W = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} .$$
   - (1 bod) Jaká je optimální strategie v případě, ze množina rozhodnutí je $d \in \{1, 2\}$ a ztrátová matice
   $$W = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} .$$
   - (2 body) Jaká je optimální strategie v případě, ze množina rozhodnutí je $d \in \{1, 2\}$ a ztrátová matice
   $$W = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} .$$
   - (2 body) Jaká je optimální strategie v případě, ze množina rozhodnutí je $d \in \{1, 2, \text{nevím}\}$ a ztrátová matice
   $$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.1 \\ 1 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} .$$
   - (2 body) Jaká je minimaxní strategie?
   - (2 body) Jaké je řešení Neyman-Pearsonovy úlohy, je-li první stav považován za nebezpečný a povolená hodnota přehlédnutého nebezpečí $\varepsilon = 0.05$, t.j. 5%?

3. Popište algoritmus učení perceptronu (5 bodů). Za jakých podmínek tento algoritmus konverguje (2 body)? V jakém maximálním počtu kroků (1 bod)? Dokažte (3 body navíc)! Jaká jsou výhody učení SVM oproti perceptronu (2 body)?